المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم

الرياضيات

الفصل الدراسي الثاني

كتاب الطالب

7

فريق التأليف

د. عمر محمد أبوغليون (رئيسًا)

هبه ماهر التميمي
إبراهيم أحمد عمايرة
د. عيسى عبد الوهاب الطراونة
د. حسين عسكر الشرفات

الناشر: المركز الوطني لتطوير المناهج

يسر المركز الوطني لتطوير المناهج استقبال آرائكم وملحوظاتكم على هذا الكتاب عن طريق العناوين الآتية:

☎ 06-5376262 / 237
06-5376266
P.O.Box: 2088 Amman 11941
@nccdjor
feedback@nccd.gov.jo
www.nccd.gov.jo

قـرَّرت وزارة التربيـة والتعليـم تدريـس هذا الكتـاب في مدارس المملكـة الأردنية الهاشـمية جميعها، بنـاءً على قـرار المجلس الأعلى للمركـز الوطنـي لتطويـر المناهج في جلسـته رقم (2020/7)، تاريـخ 2020/12/1 م، وقرار مجلس التربية والتعليم رقـم (2020/161) تاريـخ 2020/12/17 م بـدءًا من العام الـدراسي 2020 / 2021 م.

- Prepared Originally in English for the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan
- Translated to Arabic, adapted, customised and published by the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan

ISBN: 978 - 9923 - 41 - 028 - 8

المملكة الأردنية الهاشمية
رقم الإيداع لدى دائرة المكتبة الوطنية
(2020/8/2959)

373,19

الأردن. المركز الوطني لتطوير المناهج

الرياضيات: كتاب الطالب (الصف السابع)/ المركز الوطني لتطوير المناهج.- عمان: المركز، 2020

ج2 (158) ص.

ر.إ.: 2020/8/2959

الواصفات: / الرياضيات/ / التعليم الإعدادي/ / المناهج/

يتحمل المؤلف كامل المسؤولية القانونية عن محتوى مصنفه ولا يعبّر هذا المصنف عن رأي دائرة المكتبة الوطنية.

الطبعة الأولى (التجريبية) 1441 هـ / 2020 م
أعيدت طباعته 1442 هـ / 2021 م

المقدّمة

انطلاقًا من إيمان المملكة الأردنية الهاشمية الراسخ بأهمية تنمية قدرات الإنسان الأردني، وتسليحه بالعلم والمعرفة؛ سعى المركز الوطني لتطوير المناهج بالتعاون مع وزارة التربية والتعليم إلى تحديث المناهج الدراسية وتطويرها، لتكون معينًا للطلبة على الارتقاء بمستواهم المعرفي، ومجاراة أقرانهم في الدول المتقدمة. ولمّا كانت الرياضيات إحدى أهمّ الموادّ الدراسية التي تنمّي لدى الطلبة مهارات التفكير وحَلِّ المشكلات، فقد أَوْلى المركز هذا المبحث عناية كبيرةً، وحرص على إعداد كتب الرياضيات وفق أفضل الطرائق المُتَّبَعة عالميًّا على يد خبراء أردنيين؛ لضمان انسجامها مع القيم الوطنية الراسخة، وتلبيتها لاحتياجات أبنائنا الطلبة والمعلّمين.

روعي في إعداد كتب الرياضيات تقديم المحتوى بصورة سلسة، ضمن سياقات حياتية شائقة، تزيد رغبة الطلبة في التعلُّم، ووُظِّفت فيها التكنولوجيا لتُسهِمَ في جعل الطلبة أكثر تفاعلًا مع المفاهيم المُقدمة لهم. كما عُنِي بإبرازِ خطة حَلِّ المسألة، فأفردَ لها دروسًا مستقلة تتيح للطلبة التدرُّب على أنواع مختلفة من هذه الخطط وتطبيقها في مسائل متنوعة. لقد احتوت الكتب على مشروع لكل وحدة؛ لتعزيز تعلُّم الطلبة المفاهيم والمهارات الواردة فيها وإثرائها. ولأنَّ التدرُّب المكثَّف على حَلِّ المسائل يُعَدُّ إحدى أهم طرائق ترسيخ المفاهيم الرياضية وزيادة الطلاقة الإجرائية لدى الطلبة؛ فقد أُعِدَّ كتاب التمارين على نحوٍ يُقدِّم للطلبة ورقة عمل في كل درس، تُحَلُّ بوصفها واجبًا منزليًّا، أو داخل الغرفة الصفية إن توافر الوقت الكافي. ولأنّنا ندرك جيدًا حرص المعلّم الأردني على تقديم أفضل ما لديه للطلبة؛ فقد جاء كتاب التمارين أداةً مساعدةً تُوفِّر عليه جهد إعداد أوراق العمل وطباعتها.

من المعلوم أنَّ الأرقام العربية تُستخدَم في معظم مصادر تعليم الرياضيات العالمية ، ولا سيَّما على شبكة الإنترنت، التي أصبحت أداةً تعليميةً مُهِمَّةً؛ لما تزخر به من صفحات تُقدِّم محتوًى تعليميًّا تفاعليًّا ذا فائدة كبيرة. وحرصًا منّا على ألّا يفوت أبناءنا الطلبة أيُّ فرصة، فقد استعملنا في هذا الكتاب الأرقام العربية؛ لجَسر الهُوَّة بين طلبتنا والمحتوى الرقمي العلمي، الذي ينمو بتسارع في عالَم يخطو نحو التعليم الرقمي بوتيرة متسارعة.

ونحن إذ نقدّم هذا الكتاب، نأمل أن ينال إعجاب أبنائنا الطلبة ومعلميهم، ويجعل تعليم الرياضيات وتعلّمها أكثر متعةً وسهولةً، ونعدهم بأن نستمرَّ في تحسين هذا الكتاب في ضوء ما يصلنا من ملاحظات.

المركز الوطني لتطوير المناهج

قائمةُ المحتوياتِ

قائمةُ المحتوياتِ

الوحدةُ 5

التناسُبُ وتطبيقاتُهُ

ما أهميَّةُ هذهِ الوحدةِ؟

للتناسُبِ تطبيقاتٌ حياتيةٌ كثيرةٌ، فهوَ يُستخدَمُ مثلًا في تحديدِ كمّيةِ الموادِّ الأوليةِ اللازمةِ لصنعِ الموادِّ الغذائيةِ أوِ الطبّيةِ، ويُستخدَمُ أيضًا في تقسيمِ الميراثِ وتوزيعِ الأرباحِ بينَ شركاءَ حصصُهُمْ مختلفةٌ، وفي حلِّ مسائلِ الخصمِ والضريبةِ، وتسهيلِ أعمالِ التجارةِ والسياحةِ الدوليةِ بالتحويلِ بينَ العملاتِ المختلفةِ.

تعلَّمتُ سابِقًا:

- ✓ كتابةَ النسبةِ بِصُورٍ مختلفةٍ.
- ✓ إيجادَ نِسَبٍ مكافئةٍ لِنسبٍ معطاةٍ.
- ✓ تطبيقَ معدلِ الوحدةِ في مواقفَ حياتيةٍ.
- ✓ حلَّ مسائلَ حياتيةٍ على النسبةِ والنسبةِ المئويةِ.
- ✓ حلَّ مسائلَ في البيعِ والشراءِ تتطلبُ تحويلاتٍ بينَ عملاتٍ محليةٍ وعربيةٍ وأجنبيةٍ.

سأتعلَّمُ في هذهِ الوحدةِ:

- إيجادَ معدلِ الوحدةِ مِنْ نِسَبٍ كسريةٍ.
- حلَّ مسائلَ باستخدامِ مفهومِ التناسُبِ.
- تمييزَ التناسُبَينِ: الطرديِّ، والعكسيِّ.
- توظيفَ التقسيمِ التناسُبيِّ لحلِّ مسائلَ حياتيةٍ.
- تحديدَ السعرِ الأفضلِ لسلعةٍ عُرِفَتْ أسعارُها في دولتَينِ أوْ أكثرَ بعُملاتِها.

مشروعُ الوحدةِ: التناسُبُ في الحياةِ اليوميةِ

أســتعدُّ ومجموعتي لتنفيذِ مشــروعِنا الخاصِّ الّذي نطبّقُ فيهِ ما نتعلمُهُ في هذهِ الوَحدةِ والمكوَّنِ مِنْ مَهمتَينِ.

المَهمةُ (1): التناسُبُ في السوقِ

خطواتُ تنفيذِ المشروعِ:

1 أبحثُ عنْ عُبوّاتِ مياهٍ صحّيةٍ تُنتجُها شركةٌ واحدةٌ وَبِسعاتٍ مختلفةٍ، وأقرأُ ما تحويهِ مِنْ أمــلاحٍ معدنيةٍ، ثمَّ أختارُ أحدَ الأملاحِ المعدنيةِ (صوديومَ، بوتاسْــيومَ، كالْســيومَ،...) وأملأُ الجدولَ الآتيَ:

سعةُ العُبوّةِ (x)	كتلةُ الملحِ المعدنيِّ (y)	$\frac{y}{x}$
0.25 L		
0.5 L		
1.5 L		

2 أتحققُ منْ أنَّ x وَ y ترتبطانِ بعلاقةٍ تناســبيةٍ، وأمثلُها بيانيًّا.

3 أكتــبُ العلاقةَ بيــنَ x وَ y على الصــورةِ $y = kx$، وأحددُ نوعَ التناسبِ.

عرضُ النتائجِ:

تعرضُ المجموعاتُ جداولَها، وتناقشُ كيفيةَ اختيارِ الشركةِ وقراءةِ كتلةِ الملحِ المعدنيِّ والصُّــورِ التي التُقِطَتْ لعبوّاتِ المياهِ، وتناقشُ أيضًا العملياتِ الحسابيةَ والتمثيلَ البيانيَّ.

المَهمةُ (2): تجارةٌ في مقصِفِ المدرسةِ

خطواتُ تنفيذِ المشروعِ:

1 أختارُ ومجموعتي منتجاتٍ تُباعُ في مقصِفِ المدرسةِ (عصيرًا، أوْ قطعَ بسكويتٍ، أوْ ساندويشاتٍ) وأكتبُ أسماءَها في الجدولِ الآتي:

الربحُ	سعرُ البيعِ	تكلفةُ المُنتجِ	المُنتجُ

خصمٌ على سعرِ بيعِ المُنتَجِ السابقِ					
الربحُ بعدَ الخصمِ	نسبةُ الخصمِ	الخصمُ	سعرُ البيعِ الجديدُ	سعرُ البيعِ القديمُ	المُنتَجُ

2 أحددُ سعرَ البيعِ لكلِّ مُنتَجٍ.

3 أحددُ تكلفةَ المنتجِ.

4 أحددُ نسبةَ الخصمِ لزيادةِ مبيعاتِ المُنتَجِ.

5 أجِدُ السعرَ الجديدَ والربحَ بعدَ الخصمِ.

عرضُ النتائجِ:

تعرضُ المجموعةُ جداولَها، وتناقــشُ كيفيةَ اختيارِ المُنتَجِ وتحديدِ نســبةِ الخصمِ عليْــهِ، وأيةَ أعمالٍ أُخــرى وثّقَتْها المجموعةُ.

الدرسُ 1 معدَّلُ الوحدةِ

فكرةُ الدرسِ

أَجِدُ معدَّلَ الوحدةِ مِنْ نِسَبٍ كسريةٍ.

المصطلحاتُ

المعدَّلُ، معدَّلُ الوحدةِ.

أستكشفُ

تُعدُّ سمكةُ الزعنفةِ الشراعيةِ أسرعَ أنواعِ أسماكِ القرشِ، إذْ يُمكنُها أنْ تقطعَ مسافةَ 275 km في ساعتينِ ونصفٍ. كَمْ كيلومترًا يُمكنُ لهذهِ السمكةِ أنْ تقطعَ في 8 ساعاتٍ؟

مفهومٌ أساسيٌّ — المعدلُ وَمعدلُ الوحدةِ

- **بالكلماتِ** **المعدَّلُ** (rate) هو نسبةٌ تقارنُ بينَ كمّيّتَينِ لهُما وِحدتانِ مختلفتانِ.

  عندَ تبسيطِ المعدَّلِ ليُصبحَ مقامُهُ 1 وِحدةً، فإنَّهُ يُسمّى **معدَّلَ الوحدةِ** (unit rate).

- **مثالٌ** **المعدلُ**: الوِحدتانِ مختلفتانِ $\frac{12 \text{ km}}{6 \text{ min}}$ **معدلُ الوحدةِ**: المَقامُ يُساوي 1 $\frac{2 \text{ km}}{1 \text{ min}}$

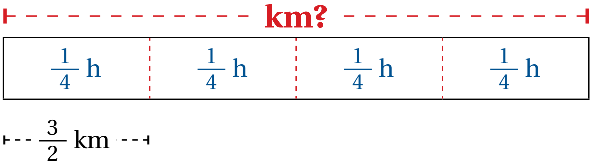
وَمِنْ معدلاتِ الوحدةِ الشائعةِ في الحياةِ اليوميةِ عددُ الكيلومتراتِ المقطوعةِ لكلِّ ساعةٍ (km/h)، وثمنُ الكيلوغرامِ الواحدِ (JD/kg). إذا كانَ بَسْطُ المعدَّلِ أَوْ مقامُهُ أَوْ كلاهُما كسرًا، فإنَّهُ يُمكنُ إيجادُ معدَّلِ الوحدةِ برسمِ مخطّطٍ أَوْ قسمةِ البَسْطِ على المقامِ كما في قسمةِ الكسورِ.

مثال 1

يمشي ليثٌ مسافةَ $\frac{3}{2}$ km كلَّ $\frac{1}{4}$ h ، فما معدَّلُ المسافةِ الّتي يقطعُها في الساعةِ الواحدةِ؟

الطريقةُ 1: أرسمُ مخطّطًا.

بما أنَّ ليثًا يمشي $\frac{3}{2}$ km كلَّ $\frac{1}{4}$ h ، أرسمُ مستطيلًا يعبّرُ عنِ الساعةِ الكاملةِ، وأقسمُهُ إلى أربعةِ أجزاءٍ.



معدَّلُ المسافةِ الّتي يقطعُها ليثٌ في الساعةِ الواحدةِ (معدَّلُ الوحدةِ) يُساوي: $\frac{3}{2}$ km × 4 = 6 km/h

الطريقةُ 2: أستخدمُ قسمةَ الكسورِ.

أكتبُ المعدّلَ على شكلِ مسألةِ قسمةٍ

$$\frac{\frac{3}{2}\text{ km}}{\frac{1}{4}\text{ h}} = \frac{3}{2} \div \frac{1}{4}$$

أضرِبُ في النظيرِ الضربيِّ للعددِ $\frac{1}{4}$

ثمَّ أقسمُ على العواملِ المشترَكةِ

$$= \frac{3}{{}_{1}\cancel{2}} \times \frac{\cancel{4}^{2}}{1}$$

أضرِبُ البَسْطَينِ والمَقامَينِ

$$= \frac{6\text{ km}}{1\text{ h}}$$

إذنْ، معدَّلُ الوحدةِ يُساوي $\frac{6\text{ km}}{1\text{ h}}$

أتحققُ من فهمي:

عمـلٌ منزليٌّ: يُمكنُ لمنذرٍ طِلاءُ $7\frac{1}{2}\text{ m}^2$ مِنْ مسـاحاتِ الأوجُهِ الداخليةِ لبيتِهِ فـي $\frac{3}{4}\text{ h}$. أَجِدُ معدَّلَ ما يَطليهِ منذرٌ مِنَ الجُدرانِ في الساعةِ الواحدةِ.

يُمكنُنا استخدامُ معدَّلِ الوحدةِ في تطبيقاتٍ حياتيةٍ متعددةٍ.

مثال 2: منَ الحياةِ

صحةٌ: **قاسَ ممرضٌ عددَ دقّاتِ قلبِ مريضٍ فوجدَها 52 دقةً في $\frac{2}{3}$ min .**

أستعملُ هذا القياسَ في إيجادِ عددِ دقّاتِ قلبِ المريضِ في نصفِ ساعةٍ.

الْخُطْـوَةُ 1 أَجِدُ معدَّلَ الوحدةِ:

أكتبُ المعدّلَ على شكلِ مسألةِ قسمةٍ

$$\frac{52\text{ beat}}{\frac{2}{3}\text{ min}} = 52 \div \frac{2}{3}$$

أضرِبُ في النظيرِ الضربيِّ للكسرِ $\frac{2}{3}$

ثمَّ أقسمُ على العواملِ المشترَكةِ

$$= \frac{\overset{26}{\cancel{52}}}{1} \times \frac{3}{\cancel{2}_{1}}$$

أُبسّطُ

$$= \frac{78\text{ beat}}{1\text{ min}}$$

إذنْ، معدَّلُ الوحدةِ لدقاتِ قلبِ المريضِ $\frac{78\text{ beat}}{1\text{ min}}$

أتعلم

beat تعني دقّة

الْخُطْـوَةُ 2 أستخدمُ معدَّلَ الوحدةِ في إيجادِ عددِ دقاتِ قلبِ المريضِ في نصفِ ساعةٍ:

أضرِبُ معدَّلَ الوحدةِ في عددِ دقائقِ نصفِ الساعةِ، ثمَّ أجِدُ الناتجَ:

$$78 \times 30 = 2340$$

إذنْ، عددُ دقاتِ قلبِ المريضِ في نصفِ ساعةٍ 2340 دقةً.

أتحققُ من فهمي:

حيواناتٌ: إذا كانَ الأرنبُ قُطْنِيُّ الذَّيلِ يقطعُ مسافةَ 8 km في $\frac{1}{6}$ h ، فكَمْ كيلومترًا يقطعُ هذا النوعُ مِنَ الأرانبِ في 3 ساعاتٍ؟

يُمكِنُنا استعمالُ معدَّلِ الوحدةِ لإجراءِ المقارناتِ بسهولةٍ في مواقفَ حياتيةٍ كثيرةٍ.

مثال 3: منَ الحياةِ

يحتوي 50 g مِنَ الجوّافةِ علـى 114 mg مِنْ فيتامينِ C، ويحتوي 12.5 g مِنَ الفُلفُلِ الأصفرِ على 30 mg مِنْ هذا الفيتامينِ. أيُّ الصّنفَينِ يُعَدُّ مصدرًا أفضلَ لفيتامينِ C؟

الْخُطْـوَةُ 1 أَجِدُ معدَّلَ الوحدةِ لكمّيةِ فيتامينِ C في الغرامِ الواحدِ مِنَ الجوّافةِ:

أكتبُ المعدَّلَ على صورةِ كسرٍ $\frac{114\text{ mg}}{50\text{ g}}$

أقسمُ البَسْطَ والمَقامَ على **50** $= \frac{114\text{ mg} \div 50}{50\text{ g} \div 50}$

أَجِدُ الناتجَ $= \frac{2.28\text{ mg}}{1\text{ g}}$

إذنْ، معدَّلُ الوحدةِ لكمّيةِ فيتامينِ C في الغرامِ الواحدِ مِنَ الجوّافةِ هُوَ $\frac{2.28\text{ mg}}{1\text{ g}}$

الْخُطْـوَةُ 2 أَجِدُ معدَّلَ الوحدةِ لكمّيةِ فيتامينِ C في الغرامِ الواحدِ مِنَ الفُلفُلِ الأصفرِ:

أكتبُ المعدَّلَ على صورةِ كسرٍ $\frac{30\text{ mg}}{12.5\text{ g}}$

أكتبُ المعدَّلَ على شكلِ مسألةِ قسمةٍ $= 30 \div 12.5$

أكتبُ الكسرَ العشريَّ على صورةِ كسرٍ غيرِ فِعليٍّ $= 30 \div \frac{25}{2}$

أضرِبُ في النظيرِ الضربيِّ للعددِ $\frac{25}{2}$ $= \frac{30}{1} \times \frac{2}{25}$

أَجِدُ الناتجَ في أبسطِ صورةٍ $= \frac{2.4\text{ mg}}{1\text{ g}}$

إذنْ، معدَّلُ الوحدةِ لكمّيةِ فيتامينِ C في الغرامِ الواحدِ مِنَ الفُلفُلِ الأصفرِ هُوَ $\frac{2.4\text{ mg}}{1\text{ g}}$

الخُطْـوَةُ 3 أقارنُ معدَّلَي الوحدةِ:

بما أنَّ معدَّلَي الوحدةِ كسرانِ لهُما المَقامُ نفسُهُ، أقارنُ البَسْطَينِ فقطْ.

$$2.28 \text{ mg} < 2.4 \text{ mg}$$

وبما أنَّ البسطَ في معدَّل الوحدةِ لفيتامينِ C في الفُلفُلِ الأصفرِ أكبرُ مِنَ البسطِ في معدَّلِ الوحدةِ لفيتامينِ C في الجوّافةِ، يكونُ الفُلفُلُ الأصفرُ مصدرًا أفضلَ لفيتامينِ C.

أتحققُ من فهمي:

اشـترَتْ ميساءُ $\frac{4}{5}$ kg مِنَ التفاحِ الأحمرِ بمبلغِ JD 1.2 وَ $\frac{5}{8}$ kg مِنَ التفاحِ الأخضرِ بمبلغِ JD 1.25 . أيُّ نَوعَيِ التفاحِ سعرُهُ أعلى؟

أتدربُ وأحلُّ المسائلَ

أَجِدُ معدَّلَ الوحدةِ لكلٍّ ممّا يأتي:

1. $\frac{2}{3}$ كوبٍ مِنَ الماءِ إلى ثُلُثِ كوبٍ مِنْ مُركّزِ عصيرِ البرتقالِ.
2. قراءةُ 5 صفحاتٍ مِنْ كتابٍ في نصفِ ساعةٍ.
3. JD 0.75 ثمنُ $\frac{3}{5}$ kg مِنَ اللّيمونِ.
4. **سـباقُ الجَرْيِ:** يُمكنُ لمتسابقِ جريٍ بطيءٍ قطعُ مسافةِ $\frac{3}{5}$ km في $\frac{1}{12}$ h ، أَجِدُ معدَّلَ ما يقطعُهُ المتسابقُ في الساعةِ الواحدةِ.
5. **تجارةٌ:** يقدّمُ أحدُ المَحالِّ التجاريةِ عَرضًا لبَيعِ 12 عُبوّةً مِنَ المياهِ المعدنيةِ بـِ JD 3.6. أَجِدُ سعرَ العُبوّةِ الواحدةِ.
6. **نباتاتٌ:** ينمو نباتُ الكـودزو بمعدلِ 7.5 cm في 6 h ، كَمْ سنتيمترًا ينمو هذا النباتُ في اليومِ الواحدِ؟

معلومة

الكودزو نباتٌ مِنْ فصيلةِ البازلاءِ، موطنُهُ الأصليُّ اليابانُ، ينمو بعشوائيةٍ وبوتيرةٍ سريعةٍ؛ لذا، يُسمّى (الوحشُ الكلوروفيليُّ).

7. **شعاراتٌ:** يطبعُ نادٍ رياضيٌّ 300 شـعارٍ على قُمصانِ مُنتسِبيهِ ومشجّعيهِ في $2\frac{1}{2}$ h . أَجِدُ عددَ الشعاراتِ الّتي يطبعُها في 5 h

8 **رياضةٌ:** يُمكنُ لِوِدادَ مشيُ $7\frac{1}{2}$ km في $1\frac{1}{2}$ h . أَجِدُ معدَّلَ ما يمكنُ لِودادَ أن تمشيَهُ في ساعةٍ واحدةٍ.

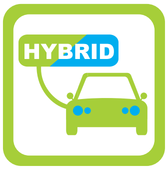
9 يبيّنُ الجدولُ الآتي أثمانَ 3 علبٍ مختلفةِ الكتلةِ مِنَ اللَّبَنةِ. أحددُ كتلةَ العلبةِ ذاتِ سعرِ الوحدةِ الأقلِّ:

أسعارُ اللَّبَنةِ	كتلةُ العلبةِ (kg)	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
	السعرُ (JD)	2.8	1.5	0.8

10 **مــاءٌ:** خزّانا مــاءٍ متماثلانِ، يُمــلَأُ الأولُ بمعدَّلِ $\frac{3}{4}$ m^3 فــي $\frac{2}{3}$ h ، والثاني بمعدَّلِ $\frac{5}{8}$ m^3 في $\frac{1}{2}$ h . أيُّ الخزّانَينِ سيمتلئُ أولًا؟

معلومة

تُعَدُّ السياراتُ الهجينةُ والكهربائيةُ البديلَ الأمثلَ لتقليلِ استهلاكِ الوَقودِ.



وَقودٌ: إذا كانَ معدَّلُ استهلاكِ الوَقودِ لإحدى السيّاراتِ 10.6 L لكلِّ 100 km:

11 ما معدَّلُ الوحدةِ لاستهلاكِ السيّارةِ مِنَ الوَقودِ؟

12 ما كميةُ الوقودِ الَّتي تستهلكُها السيّارةُ إذا قطعَتْ مسافةَ 50 km؟

13 ما المسافةُ الّتي يُمكنُ للسيّارةِ أنْ تقطعَها بـ 100 L مِنَ الوَقودِ؟

14 **أسماكٌ:** أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ، وأحلُّ المسألةَ.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

تبريرٌ: أُبيِّنُ ما إذا كانَتْ كلُّ مِنَ العباراتِ الآتيةِ صحيحةً دائمًا أَمْ صحيحةً أحيانًا أَمْ غيرَ صحيحةٍ أبدًا، موضحًا ذلكَ بأمثلةٍ مناسبةٍ:

15 كلُّ نسبةٍ معدَّلٌ.

16 كلُّ معدَّلٍ نسبةٌ.

17 كلُّ معدَّلِ وحدةٍ نسبةٌ.

18 لا يُمكنُ أنْ يكونَ بسطُ معدَّلِ الوحدةِ 1

إرشاد

لأحلَّ المسائلَ 15–18، أوظفُ تعريفاتِ النسبةِ وَالمعدلِ وَمعدلِ الوحدةِ.

تبريرٌ: أيُّ الحالتَينِ الآتيتَينِ يزدادُ فيها المعدَّلُ $\frac{x\ (JD)}{z\ kg}$ ؟ أُعطي مثالًا يوضحُ ذلكَ:

19 عندما تزدادُ x وَلا تتغيرُ z .

20 عندما تزدادُ z وَلا تتغيرُ x .

21 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أكتبُ مسألةً حياتيةً أُحوّلُ فيها النسبةَ إلى معدَّلِ الوحدةِ.

22 **أكتبُ** كيفَ أجِدُ معدَّلَ الوحدةِ مِنْ نِسَبٍ كسريةٍ؟

الدرسُ 2 التناسُبُ

فكرةُ الدرسِ

أميّزُ التناسُبَ مِنْ خِلالِ نِسبتَينِ معلومتَينِ، وأَحُلُّهُ.

المصطلحاتُ

التناسُبُ، طرَفا التناسُبِ، نسبتانِ متكافئتانِ، وسَطا التناسُبِ، الضربُ التبادليُّ، حلُّ التناسُبِ.

أستكشفُ

يحتــوي كوبانِ مِنَ الحليبِ علــى 560 mg مِنَ الكالسـيومِ، تقولُ ديمةُ إنَّ كمّيّةَ الكالسـيومِ في كوبٍ ونصفٍ مِنَ الحليبِ تساوي 420 mg، هلْ ما تقولُهُ ديمةُ صحيحٌ؟

مفهومٌ أساسيٌّ التناسب والنسب المتكافئة

- **بالكلماتِ** **التناسُـبُ** (proportion) هُـوَ مسـاواةٌ بَيْـنَ نِسـبتَينِ، وفـي هذهِ الحالةِ تُسـمّى النسـبتانِ **نسبتَينِ متكافئتَينِ** (equivalent ratios).
- **بالرموزِ** $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ أوْ $a : b = c : d$، حيث $b \neq 0, d \neq 0$

ويُسـمّى العددانِ a, d **طرفَي التناسُـبِ** (extremes)، والعددانِ b, c **وسطَي التناسُبِ** (mean).

$$\frac{\overset{\text{طرفٌ}}{\overset{\downarrow}{a}}}{\underset{\text{وسطٌ}}{\underset{\uparrow}{b}}} = \frac{\overset{\text{وسطٌ}}{\overset{\downarrow}{c}}}{\underset{\text{طرفٌ}}{\underset{\uparrow}{d}}}$$

أوْ

$$\underbrace{a : \overbrace{b = c}^{\text{وسطا التناسبِ}} : d}_{\text{طرفا التناسبِ}}$$

يُمكنُنا تحديدُ إنْ كانَتِ النسبتانِ متكافئتَينِ بتبسيطِهما أو إيجاد مُعدّلِ الوحدةِ لكلٍّ منهما، ثمَّ مقارنةِ الناتجَينِ.

مثال 1

هلْ تمثلُ كلُّ نسبتَينِ ممّا يأتي تناسُبًا؟

① $6 : 8 \; , \; 18 : 24$

الطريقةُ 1: أُبسّطُ النسبتَينِ:

أقسمُ البَسْطَ والمَقامَ على العاملِ المشترَكِ الأكبرِ 2

$$\frac{6}{8} \overset{\div 2}{\underset{\div 2}{=}} \frac{3}{4}$$

أقسمُ البَسْطَ والمَقامَ على العاملِ المشترَكِ الأكبرِ 6

$$\frac{18}{24} \overset{\div 6}{\underset{\div 6}{=}} \frac{3}{4}$$

بما أنَّ النسبتَينِ متساويتانِ بعدَ التبسيطِ، إذنْ، فَهُما تشكّلانِ تناسُبًا.

الطريقةُ 2: أَجِدُ معدَّلَ الوحدةِ للنّسبتَيْنِ:

الخُطْـوَةُ 1 أجدُ معدلَ الوحدةِ لِلنسبةِ الأولى

$$\frac{6}{8} = \frac{6 \div 8}{8 \div 8} = 0.75$$

الخُطْـوَةُ 2 أجدُ معدلَ الوحدةِ لِلنسبةِ الثانيةِ

$$\frac{18}{24} = \frac{18 \div 24}{24 \div 24} = 0.75$$

الخُطْـوَةُ 3 أقارنُ معدلَي الوحدةِ

$0.75 = 0.75$ ✓

بما أنَّ معدلَي الوحدةِ متساويانِ، إذنْ، النسبتانِ تمثّلانِ تناسُبًا، أيْ أنَّ 18:24 = 6:8

أتحقّقُ من فهمي:

③ 1: 4 , 3: 16

② 5:3 , 25: 15

في أيِّ تناسُبٍ $\frac{c}{d} = \frac{a}{b}$ يكونُ حاصلُ ضربِ طرفَي التناسُبِ مساويًا لحاصلِ ضربِ وسطَي التناسُبِ $a \times d = b \times c$، وتُسمّى هذهِ الخاصّيةُ **الضربَ التبادليَّ** (cross multiplication).

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

إذا كانَ أحدُ أطرافِ التناسُبِ غيرَ معروفٍ فإنَّهُ يُمكنُنا استعمالُ خاصّيةِ الضربِ التبادليِّ لإيجادِهِ، وهذا ما يُسمّى **حلَّ التناسُبِ** (solve proportion).

مثال 2

أحلُّ كلًّا مِنَ التناسباتِ الآتيةِ:

① $\frac{7}{8} = \frac{a}{40}$

خاصيّةُ الضربِ التبادليِّ	$a \times 8 = 7 \times 40$
أضربُ	$8a = 280$
أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ على 8	$\frac{8a}{8} = \frac{280}{8}$
أُبسّطُ	$a = 35$

② $\frac{63}{28} = \frac{9}{y}$

خاصّيةُ الضربِ التبادليِّ	$y \times 63 = 9 \times 28$
أضربُ	$63\,y = 252$
أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ على **63**	$\frac{63y}{63} = \frac{252}{63}$
أُبسّطُ	$y = 4$

③ $\frac{12}{x-2} = \frac{32}{x+8}$

خاصّيةُ الضربِ التبادليِّ	$32(x-2) = 12(x+8)$
خاصّيةُ التوزيعِ	$32x - 64 = 12x + 96$
أطرحُ **12x** مِنَ الطرفَينِ	$-12x \qquad -12x$
	$20x - 64 = 96$
أجمعُ **64** لِكِلا الطرفَينِ	$+64 \quad +64$
	$20x = 160$
أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ على **20**	$\div 20 \quad \div 20$
	$x = 8$

أتحققُ من فهمي:

④ $\frac{d}{5} = \frac{1}{35}$

⑤ $\frac{7}{b} = \frac{28}{3}$

⑥ $\frac{x}{12-x} = \frac{10}{30}$

مثال 3: منَ الحياةِ

شـركاتٌ: في إحدى شركاتِ الحواسيبِ، كانَتْ نسبةُ العاملينَ في قسمِ البرمجةِ إلى العاملينَ في قسمِ التسويقِ 8 : 3، فإذا كانَ عددُ المبرمجينَ 27، فما عددُ العاملينَ في قسمِ التسويقِ؟

أكتبُ تناسبًا وأحُلُّهُ، وأفرضُ أنَّ عددَ العاملينَ في قسمِ التسويقِ x .

العاملونَ في قسمِ البرمجةِ

$$\frac{3}{8} = \frac{27}{x}$$

العاملونَ في قسمِ التسويقِ

خاصّيةُ الضربِ التبادليِّ $3\,x = 8 \times 27$

أضربُ $3\,x = 216$

أقسمُ على 3 $\frac{3x}{3} = \frac{216}{3}$

أُبسّطُ $x = 72$

إذنْ، عددُ العاملينَ في قسمِ التسويقِ 72 عاملًا.

أتحققُ من فهمي:

في أحدِ الصفوفِ الأساسيةِ، كانَتْ نسبةُ الطلابِ إلى الطالباتِ 6 : 5، فإذا كانَ عددُ الطالباتِ في الصفِّ 18، فَما عددُ الطلابِ؟

أتدربُ وأحلُّ المسائلَ

هلْ تُمثلُ كلُّ نسبتَينِ ممّا يأتي تناسبًا؟ أبرّرُ إجابتي.

① $\frac{3}{7}, \frac{15}{35}$

② $\frac{7.5}{3}, \frac{30}{12}$

③ $\frac{44}{11}, \frac{18}{4}$

④ دفعَ أشرفُ JD 2.4 ثمنًا لِـ 3 kg مِنَ البرتقالِ، ثمَّ دفعَ JD 4 ثمنًا لِـ 5 kg أُخرى. أتحققُ مِنْ تناسُبِ ما دفعَهُ أشرفُ ثمنًا لِـ 3 kg مِنَ البرتقالِ معَ ما دفعَهُ ثمنًا لِـ 5 kg للبرتقالِ، وأبرّرُ إجابتي.

أحلُّ كلًّا مِنَ التناسُباتِ الآتيةِ:

⑤ $\frac{21}{84} = \frac{a}{12}$

⑥ $\frac{5}{3} = \frac{65}{y}$

⑦ $\frac{d}{3} = \frac{1}{18}$

⑧ $\frac{4}{b} = \frac{24}{3}$

⑨ $\frac{5}{15} = \frac{x}{x+8}$

⑩ $\frac{x-3}{x+7} = \frac{1}{3}$

⑪ **علومٌ:** نسبةُ المِلحِ إلى الماءِ في سائلٍ هِيَ 1:5، إذا احتوى السائلُ على 60 g مِنَ الماءِ، فَكَمْ غرامًا مِنَ المِلحِ يحوي السائلُ؟

⑫ **عملٌ منزليٌّ:** تُعِدُّ سمرُ عصيرَ فاكهةٍ بمزجِ 150 mL مِنْ عصيرِ البرتقالِ معَ 100 mL مِنْ عصيرِ الجزرِ. إذا استعملَتْ سمرُ 600 mL مِنْ عصيرِ البرتقالِ، فما كمّيةُ عصيرِ الجزرِ الّذي استعملَتْهُ؟

أتذكر

يمكنُني حلُّ معادلةٍ تحتوي على متغيرٍ واحدٍ في أحدِ طرفَيْها بِاستخدامِ خصائصِ المساواةِ.

13 **علومٌ:** المرأةُ الّتي طولُها 164 cm يكونُ عَرضُ كَتِفَيْها 42 cm تقريبًا. أَجِدُ طولَ امرأةٍ عَرضُ كَتِفَيْها 42.6 cm مقرّبًا الإجابة لأقرب جزءٍ من عشرةٍ.

14 **محيطاتٌ:** نسبةُ مساحةِ المحيطِ الهادي إلى مساحةِ سطحِ الأرضِ هِيَ 3:10، أَجِدُ مساحةَ المحيطِ الهادي إذا كانَتْ مساحةُ سطحِ الأرضِ $510072000\ km^2$

معلومة

تُغطي المياهُ حوالَيْ 71% مِنْ سطحِ الأرضِ، والمحيطُ الهادي أكبرُ مسطَّحٍ مائيٍّ على سطحِ الأرضِ.

إذا كانَتْ كُتلةُ 5 بطارياتٍ مِنْ نوعِ AA تساوي 115 g، أَجِدُ كُتلةَ:

15 بطاريةٍ واحدةٍ.

16 8 بطارياتٍ.

17 **حليبٌ:** أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ، وأحلُّ المسألةَ.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

18 **تبريرٌ:** مزجَ أربعةُ طلبةٍ في حصةِ الفنِّ اللونَ الأحمرَ واللونَ الأزرقَ للحصولِ على اللونِ الأُرجوانيِّ، ويبيّنُ الجدولُ المجاورُ الكمّياتِ الّتي استخدمَها كلُّ طالبٍ. أيُّ الطلبةِ حصلَ على درجةٍ مختلفةٍ مِنَ اللونِ الأُرجوانيِّ؟ أبرّرُ إجابتي.

الطالبُ	اللونُ الأحمرُ (كوبٌ)	اللونُ الأزرقُ (كوبٌ)
سامي	$1\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
لينُ	$2\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{4}$
وليدٌ	$4\frac{1}{2}$	2
سمرُ	5	$2\frac{1}{2}$

معلومة

كانَ مصدرُ اللونِ الأرجوانيِّ في العصورِ القديمةِ نوعًا مِنَ المحارِ الّذي ينتجُ إفرازاتٍ ذاتَ صبغةٍ أرجوانيةٍ.

19 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أكتبُ موقفًا حياتيًا فيهِ تناسُبٌ مبيّنًا السببَ، ثمَّ أشرحُ كيفَ أجعلُ الموقفَ لا يشكّلُ تناسُبًا.

20 **أكتبُ** كيفَ أحددُ إنْ كانَتْ نسبتانِ تمثّلانِ تناسُبًا؟

الدرسُ 3 العلاقاتُ التناسُبيةُ

فكرةُ الدرسِ

أتعرفُ علاقةَ التناسبِ، وأمثلُها في المستوى الإحداثيِّ.

المصطلحاتُ

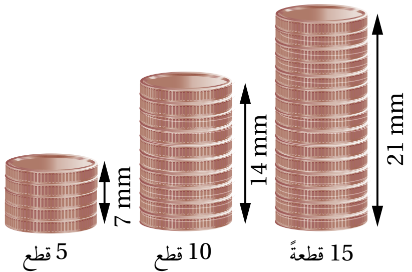
علاقةُ التناسُبِ

أستكشفُ

نشاطٌ: يبيّنُ الشكلُ المجاورُ ارتفاعَ 3 أعمدةٍ مِنْ قِطعٍ بلاستيكيةٍ. أملأُ الجدولَ المجاورَ، ثمَّ أُجيبُ عَنِ السؤالَينِ الآتيَينِ:

1) أصفُ ما ألاحظُهُ.

2) أكتبُ علاقةً تربطُ بينَ عددِ القطعِ البلاستيكيةِ في أحدِ الأعمدةِ وارتفاعِ ذلكَ العمودِ.



معدَّلُ الوحدةِ لارتفاعِ القرصِ	عددُ الأقراصِ	ارتفاعُ المجموعةِ بالـ (mm)
	5	7
	10	14
	15	21

علاقةُ التناسُبِ (proportional relationship): هِيَ علاقةٌ بينَ كمّيتَينِ لجميعِ نسبِهِما معدَّلُ الوحدةِ نفسُهُ. ويُمكنُ تحديدُ ذلكَ باستخدامِ جدولٍ يمثّلُ تلكَ العلاقةَ.

مثال 1: مِنَ الحياةِ

قراءةٌ: سجلَتْ سلوى الدقائقَ الّتي تحتاجُها لقراءةِ عددٍ مِنَ الصفحاتِ في الجدولِ المجاورِ، هلْ توجَدُ علاقةُ تناسُبٍ بينَ عددِ الصفحاتِ والزمنِ بالدقائقِ؟

18	6	2	عددُ الدقائقِ (min)
45	15	5	عددُ الصفحاتِ

لتحديدِ وجودِ علاقةِ تناسُبٍ بينَ عددِ الصفحاتِ والزمنِ بالدقائقِ، أَجِدُ معدَّلَ الوحدةِ لكلِّ نسبةٍ في الجدولِ:

عددُ الصفحاتِ / عددُ الدقائقِ $\longrightarrow \frac{5}{2} = 2.5 , \frac{15}{6} = 2.5 , \frac{45}{18} = 2.5$

بما أنَّ معدَّلاتِ الوحدةِ لجميعِ النِّسبِ متساويةٌ، إذنْ، توجَدُ علاقةُ تناسُبٍ بينَ عددِ الصفحاتِ والزمنِ بالدقائقِ.

أتحققُ من فهمي:

أعمارٌ: يبيّنُ الجدولُ المجاورُ العلاقةَ بينَ طولِ الإنسانِ وعُمرِهِ بالسنواتِ، هلْ هذهِ علاقةُ تناسُبٍ؟ أبرّرُ إجابتي.

12	9	6	4	العُمُرُ (yr)
1.5	1.3	1.1	1	الطولُ (m)

ويُمكنُنا أيضًا تحديدُ ما إذا كانَتِ العلاقةُ بينَ كمّيتَينِ تمثلُ علاقةَ تناسُبٍ بإنشاءِ جدولٍ لتنظيمِ قيمِ العلاقةِ، وإيجادِ معدَّلِ الوحدةِ لكلِّ نسبةٍ في الجدولِ.

مثال 2: منَ الحياةِ

رياضةٌ: اشتركَ باسلٌ في سباقٍ للدرّاجاتِ الهوائيةِ، فكانَ يقطعُ $12\frac{1}{2}$ km كلَّ $\frac{1}{2}$ h، أبيّنُ ما إذا كانَتِ العلاقةُ بينَ المسافةِ الّتي يقطعُها باسلٌ وعددِ الساعاتِ تمثّلُ علاقةَ تناسُبٍ أمْ لا.

كلُّ مدةٍ زمنيةٍ تزيدُ عَنِ الّتي قبلَها بمقدارِ $\frac{1}{2}$ h، وكذلكَ تزيدُ كلُّ مسافةٍ مقطوعةٍ عَنِ الّتي قبلَها بمقدارِ $12\frac{1}{2}$ km

الخُطْـوَةُ 1 أُنشئُ جدولًا يربطُ بينَ المسافةِ المقطوعةِ وعددِ الساعاتِ:

عددُ الساعاتِ (h)	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	2
المسافةُ المقطوعةُ (km)	$12\frac{1}{2}$	25	$37\frac{1}{2}$	50

الخُطْـوَةُ 2 أكتبُ النِّسبَ على شكلِ كُسورٍ، ثمَّ أَجِدُ معدَّلَ الوحدةِ لكلِّ نسبةٍ:

$$\frac{\text{المسافةُ المقطوعةُ}}{\text{عددُ الساعاتِ}} \longrightarrow \frac{12\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 25\ , \quad \frac{25}{1} = 25\ , \quad \frac{37\frac{1}{2}}{1\frac{1}{2}} = 25\ , \quad \frac{50}{2} = 25$$

بما أنَّ معدَّلاتِ الوحدةِ لجميعِ النِّسبِ متساويةٌ، إذنْ، العلاقةُ بينَ المسافةِ المقطوعةِ والزمنِ تمثّلُ علاقةَ تناسُبٍ.

أتحققُ من فهمي:

تدّخِرُ لميسُ مِنْ مَصروفِها 3 دنانيرَ كلَّ أسبوعَينِ. أبيّنُ ما إذا كانَتِ العلاقةُ بينَ ما تدّخِرُهُ لميسُ وعددِ الأسابيعِ يمثّلُ علاقةَ تناسُبٍ أمْ لا.

مثال 3: منَ الحياةِ

منتجعٌ: إذا كانَ سعرُ تذكرةِ الدخولِ لأحدِ المُنتجَعاتِ السياحيةِ العائليةِ JD 7 للفردِ إضافةً إلى JD 3 بدلَ خدماتٍ للعائلةِ، أبيّنُ ما إذا كانَتِ العلاقةُ بينَ المبلغِ وعددِ أفرادِ العائلةِ تمثّلُ علاقةَ تناسُبٍ.

الخُطْـوَةُ 1 أُنشئُ جدولًا يربطُ بينَ عددِ أفرادِ العائلةِ والمبلغِ:

عددُ الأفرادِ	1	2	3	4
المبلغُ (JD)	10	17	24	31

الْخُطْـوَةُ 2 أكتبُ النِّسبَ على شكلِ كُسورٍ، ثمَّ أَجِدُ معدَّلَ الوحدةِ لكلِّ نسبةٍ:

$$\frac{\text{المبلغُ}}{\text{عددُ الأفرادِ}} \longrightarrow \frac{10}{1} = 10\ ,\ \frac{17}{2} = 8.5\ ,\ \frac{24}{3} = 8\ ,\ \frac{31}{4} = 7.75$$

بما أنَّ معدَّلاتِ الوحدةِ لجميعِ النِّسبِ غيرُ متساويةٍ، إذنْ، العلاقةُ بينَ المبلغِ وعددِ أفرادِ العائلةِ لا تمثِّلُ علاقةَ تناسُبٍ.

أتحقَّقُ من فهمي:

عملٌ: يتقاضى عاملٌ عَنْ كلِّ ساعةِ عملٍ JD 5 إضافةً إلى JD 4 بدلَ وجبةِ طعامٍ، هلِ العلاقةُ بينَ ما يتقاضاهُ العاملُ وعددِ ساعاتِ عملِهِ علاقةُ تناسُبٍ؟ أبرّرُ إجابتي.

يُمكنُنا أيضًا تحديدُ ما إذا كانَتِ العلاقةُ بينَ كمّيتَينِ علاقةَ تناسُبٍ بتمثيلِها في المستوى الإحداثيِّ، فتكونُ العلاقةُ علاقةَ تناسُبٍ إذا كانَ تمثيلُها البيانيُّ **مستقيمًا يمرُّ في نقطةِ الأصلِ.**

مثال 4: منَ الحياةِ

ماءٌ: يَصُبُّ صُنبورٌ في خزّانِ ماءٍ بمعدَّلِ 6 L كلَّ دقيقةٍ. هلْ تمثِّلُ العلاقةُ بينَ عددِ الدقائقِ وكمّيةِ الماءِ المُضافةِ إلى الخزّانِ علاقةَ تناسُبٍ؟

الْخُطْـوَةُ 1 أُنشئُ جدولًا يربطُ بينَ كمّيةِ الماءِ والزمنِ:

الزمنُ (min)	1	2	3	4	5
كمّيةُ الماءِ (L)	6	12	18	24	30

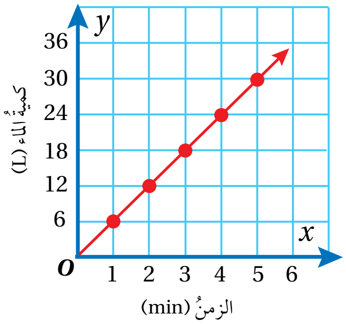
الْخُطْـوَةُ 2 أكتبُ النِّسبَ في الجدولِ على شكلِ أزواجٍ مرتَّبةٍ:

الأزواجُ المرتبةُ: $(1, 6)\ ,\ (2, 12)\ ,\ (3, 18)\ ,\ (4, 24)\ ,\ (5, 30)$

إرشاد

أضعُ الزمنَ على المِحورِ x وكمّيةَ الماءِ على المِحورِ y

الْخُطْـوَةُ 3 أمثِّلُ الأزواجَ المرتَّبةَ في المستوى الإحداثيِّ، وأَصِلُ بينَها بِمستقيمٍ.



بما أنَّ التمثيلَ البيانيَّ مستقيمٌ يمرُّ في نقطةِ الأصلِ، إذنْ، العلاقةُ بينَ كمّيةِ الماءِ والزمنِ تمثِّلُ علاقةَ تناسبٍ.

أتحققُ من فهمي:

أشــجارٌ: يبيّنُ الجدولُ المجاورُ العلاقةَ بيــنَ تزايُدِ قُطرِ جذعِ إحدى الأشــجارِ بِمُرورِ السنواتِ. أستخدمُ التمثيلَ البيانيَّ لأبيّنَ ما إذا كانَتِ العلاقةُ تمثّلُ علاقةَ تناسُبٍ أَمْ لا، وأبرّرُ إجابتي.

50	30	20	10	0	الزمنُ (yr)
30	22	18	14	10	القُطرُ (cm)

أتدربُ وأحلُّ المسائلَ

أحددُ أيُّ العلاقاتِ المبيَّنةِ في الجداولِ الآتيةِ تمثّلُ علاقةَ تناسُبٍ، وأبرّرُ إجابتي:

1

المسافةُ (m)	الزمنُ (s)
2	1
4	2
8	4

2

عددُ القطعِ	الثمنُ (JD)
1	3
3	5
5	7

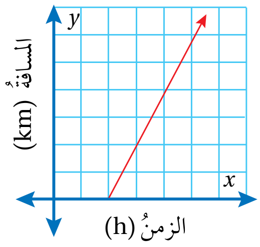
3

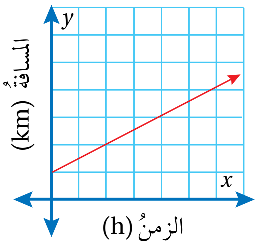
المبلغُ (JD)	الزمنُ (h)
2	$\frac{1}{2}$
8	2
12	3

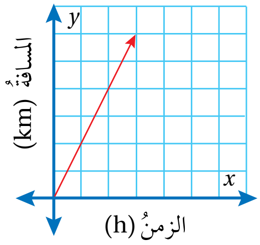
4

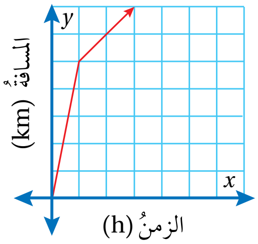
الطولُ (m)	الثمنُ (JD)
2	2.5
3	3.5
4	4.5

أحددُ أيُّ التمثيلاتِ البيانيةِ الآتيةِ يمثّلُ علاقةَ تناسُبٍ، وأبرّرُ إجابتي:

5


6


7


8


9 تطبَعُ سعادُ 45 كلمةً في الدقيقةِ الواحدةِ. هل توجَدُ علاقةُ تناسُبٍ بينَ عددِ الكلماتِ الّتي تطبعُها سعادُ والزمنِ؟ أبرّرُ إجابتي.

أتذكر

تمثّلُ العلاقةُ علاقةَ تناسُبٍ إذا كانَ تمثيلُها البيانيُّ مستقيمًا يمرُّ في نقطةِ الأصلِ.

10 **واجبٌ منزليٌّ:** يُمكنُ لعامرٍ حلُّ 6 مسائلَ مِنْ مادّةِ الرياضياتِ في $\frac{1}{4}$ h. أُكملُ الجدولَ الآتيَ الّذي يمثّلُ العلاقةَ بينَ عددِ المسائلِ الّتي يُمكنُ لعامرٍ حلُّها في كلِّ مدةٍ زمنيةٍ، ثمَّ أبيّنُ ما إذا كانَتِ العلاقةُ تمثّلُ علاقةَ تناسُبٍ أمْ لا.

الزمنُ (h)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1
عددُ المسائلِ	6			

معلومة

يتطلبُ إتقانُ مهاراتِ حلِّ مسائلِ الرياضياتِ قدرًا كبيرًا منَ الصبرِ وَالمثابرةِ وَالتدرّبِ.

11 يُبيّنُ الجدولانِ الآتيانِ المسافاتِ الّتي قطعَتْها سيّارتانِ. أيُّ السيارتَينِ تمثّلُ العلاقةَ بينَ المسافةِ الّتي قطعَتْها والزمنِ علاقةَ تناسُبٍ؟ أبرّرُ إجابتي.

السيّارةُ الأولى				
الزمنُ(h)	2	3	5	6
المسافةُ (km)	140	210	350	420

السيّارةُ الثانيةُ				
الزمنُ(h)	1	3	4	6
المسافةُ (km)	60	135	280	360

درجاتُ حرارةٍ: **لتحويلِ درجاتِ الحرارةِ مِنْ مِئويٍّ إلى فِهرِنْهايْتيٍّ أضرِبُ الدرجةَ المِئويةَ في $\frac{9}{5}$ ثمَّ أجمعُ 32°C إلى الناتجِ:**

12 أُكملُ الجدولَ المجاورَ:

الدرجاتُ المئويةُ °C	0	10	20	30
الدرجاتُ الفِهرِنْهايْتيةُ				

13 هلْ توجَدُ علاقةُ تناسُبٍ بينَ درجاتِ الحرارةِ المئويةِ والدرجاتِ الفِهرِنْهايْتيةِ؟

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

14 **أكتشفُ الخطأَ:** يقولُ خليلٌ: إنَّ الجدولَ المجاورَ يمثّلُ علاقةَ تناسُبٍ؛ لأنَّ كلًّا مِنَ السعرِ وعددِ حبّاتِ الرمّانِ يزدادُ بمقدارٍ ثابتٍ.

عددُ حبّاتِ الرمّانِ	السعرُ (JD)
4	1
6	2
8	3
10	4

أفكر

كيفَ أحدّدُ وجودَ علاقةِ تناسُبٍ بِاستعمالِ جدولٍ يمثّلُ تلكَ العلاقةَ؟

15 **تبريرٌ:** إذا علمْتُ أنَّ هناكَ علاقةَ تناسُبٍ بينَ كمّيتَينِ، وأُعطيتُ زوجًا مرتَّبًا مِنْ هذهِ العلاقةِ غيرَ (0, 0)، فكيفَ أجِدُ زوجًا مرتَّبًا آخرَ؟ أبرّرُ إجابتي.

16 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أكتبُ مسألةً حياتيةً تمثّلُ علاقةَ تناسُبٍ، وأمثّلُها بيانيًّا.

17 **أكتبُ** كيفَ أستخدمُ معدَّلَ الوحدةِ لأحددَ إنْ كانَتِ العلاقةُ علاقةَ تناسُبٍ؟

الدرسُ 4 التناسبُ الطرديُّ

فكرةُ الدرسِ

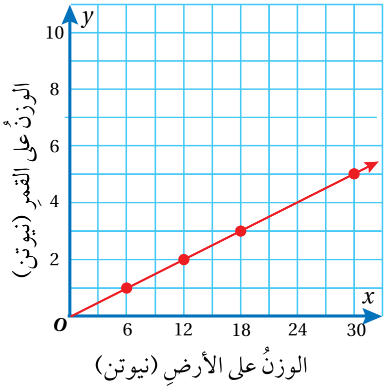
أميّزُ التناسُبَ الطرديَّ، وأكتبُ معادلتَهُ بإيجادِ ثابتِ التناسُبِ.

المصطلحاتُ

ثابتُ التناسُبِ، التناسُبُ الطرديُّ.

أستكشفُ

يبيّنُ الشكلُ المجاورُ العلاقةَ بينَ الوزنِ على الأرضِ والوزنِ على القمرِ.



1) هل توجدُ علاقةُ تناسُبٍ بينَ الوزنِ على الأرضِ والوزنِ على القمرِ؟

2) ما وزنُ شخصٍ على القمرِ إذا كانَ وزنُهُ على الأرضِ 60 نيوتن؟

تمثّلُ العلاقةُ بينَ الكمّيتَينِ المتغيّرتَينِ x وَ y **تناسبًا طرديًّا** (direct variation) إذا كانَتِ النسبةُ بينَ جميعِ قِيَمِهما ثابتةً، ولْتكُنْ k حيثُ $k \neq 0$، بحيثُ تؤدي الزيادةُ في إحدى الكمّيتَينِ إلى زيادةِ الأُخرى، وكذلكَ العكسُ، و يُسمّى k **ثابتَ التناسُبِ** (constant of variation)، وهُوَ يمثّلُ معدَّلَ الوحدةِ.

مفهومٌ أساسيٌّ التناسب الطردي

- **بالكلماتِ** التناسبُ الطرديُّ هُوَ علاقةٌ بينَ المتغيرَينِ x وَ y تكونُ فيها النسبةُ $y : x$ ثابتةً.
- **بالرموزِ** $k = \frac{y}{x}$ حيثُ $k \neq 0$

  وَتمثّلُ المعادلةُ $y = kx$ معادلةَ التناسُبِ الطرديِّ.

مثال 1

يمثّلُ الجدولُ المجاورُ علاقةً بينَ المتغيّرَينِ **x** وَ **y**:

y	x
8	1
16	2
24	3
?	10

① **أبيّنُ أنَّ x وَ y متناسبانِ طرديًّا، ثمَّ أَجِدُ ثابتَ التناسُبِ k.**

أَجِدُ النسبةَ $\frac{y}{x}$ لِلقيمِ المتناظرةِ جميعِها:

$$\frac{y}{x} \longrightarrow \frac{8}{1} = 8, \quad \frac{16}{2} = 8, \quad \frac{24}{3} = 8$$

النسبةُ $y : x$ ثابتةٌ، إذنْ x وَ y متناسبانِ طرديًّا، وثابتُ التناسُبِ $k = 8$.

2 أكتبُ معادلةَ التناسُبِ الطرديِّ، ثم أَجِدُ القيمةَ المجهولةَ في الجدولِ.

$$y = 8x$$

أكتبُ معادلةَ التناسُبِ الطرديِّ $y = 8x$

أُعوّضُ $x = 10$ في المعادلةِ $= 8(10)$

أَجِدُ الناتجَ $= 80$

أتذكر

يمثّلُ ثابتُ التناسُبِ معدَّلَ الوحدةِ للعلاقةِ.

أتحققُ من فهمي:

يمثّلُ الجدولُ المجاورُ علاقةً بينَ المتغيّرَينِ x وَ y :

y	x
1	3
2	6
3	9
?	12

3 أبيّنُ أنَّ x وَ y متناسبانِ طرديًّا، ثمَّ أَجِدُ ثابتَ التناسُبِ k.

4 أكتبُ معادلةَ التناسُبِ الطرديِّ، ثم أَجِدُ القيمةَ المجهولةَ في الجدولِ.

مثال 2: منَ الحياةِ

يمثّلُ الجدولُ المجاورُ علاقةَ تناسُبٍ بينَ عددِ السيّاراتِ في محطةِ غسيلٍ للسيّاراتِ وَالمبلغِ المستحَقِّ مقابلَ تقديمِ الخدمةِ:

المبلغُ (JD)	عددُ السياراتِ
20	5
40	10
60	15
80	20

1 أبيّنُ أنَّ عددَ السيّاراتِ والمبلغَ متناسبانِ طرديًّا، ثمَّ أَجِدُ ثابتَ التناسُبِ k.

$$\frac{\text{المبلغُ (JD)}}{\text{عددُ السياراتِ}} \longrightarrow \frac{20}{5} = 4, \quad \frac{40}{10} = 4, \quad \frac{60}{15} = 4, \quad \frac{80}{20} = 4$$

النسبةُ بينَ جميعِ القِيَمِ ثابتةٌ، إذنْ، المبلغُ وعددُ السيّاراتِ متناسبانِ طرديًّا، وثابتُ التناسُبِ $k = 4$.

2 أكتبُ معادلةَ التناسُبِ الطرديِّ.

$$y = 4x$$

أتحققُ من فهمي:

يبيّنُ الجدولُ المجاورُ علاقةَ تناسُبٍ بينَ الزمنِ بالثواني اللازمِ لضخِّ عددٍ مِنْ لتراتِ البنزينِ في إحدى محطاتِ الوَقودِ:

الزمنُ (s)	عددُ اللتراتِ
74	9.25
84	10.5
96	12
136	17

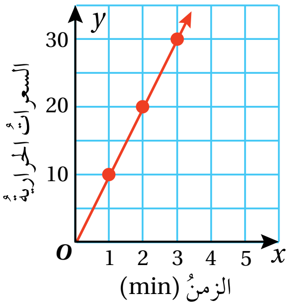
3 أبيّنُ أنَّ عددَ اللتراتِ والزمنَ متناسبانِ طرديًّا، ثمَّ أَجِدُ ثابتَ التناسُبِ k.

4 أكتبُ معادلةَ التناسُبِ الطرديِّ.

يُمكنُنا إيجادُ ثابتِ التناسُبِ لعلاقةِ تناسُبٍ طرديٍّ ممثَّلةٍ بيانيًّا، وذلكَ بتحديدِ قيمةِ y عندَما تكونُ $x = 1$، أوْ إيجادِ معدَّلِ الوحدةِ لأيِّ نقطةٍ على التمثيلِ البيانيِّ.

مثال 3

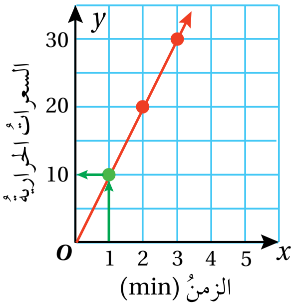
يبيّنُ التمثيلُ البيانيُّ المجاورُ العلاقةَ بينَ الزمنِ بالدقائقِ والسُّعراتِ الحراريةِ الّتي يحرقُها شخصٌ في أثناءِ ممارستِهِ التمارينَ الرياضيةَ:



1 **أبيّنُ أنَّ العلاقةَ تمثّلُ تناسبًا طرديًّا.**

تمثّلُ العلاقةُ في التمثيلِ البيانيِّ المجاورِ علاقةَ تناسُبٍ طرديٍّ؛ لأنَّ النقاطَ الممثَّلةَ تقعُ على مستقيمٍ يمرُّ بنقطةِ الأصلِ.

2 **أَجِدُ ثابتَ التناسُبِ k.**



الطريقةُ 1: لإيجادِ ثابتِ التناسُبِ k، أحددُ قيمةَ y عندَما $x = 1$.

إذنْ، ثابتُ التناسُبِ $k = 10$.

الطريقةُ 2: أختارُ النقطةَ $(2, 20)$، ثمَّ أَجِدُ منها ثابتَ التناسُبِ k.

$$k = \frac{y}{x}$$ أكتبُ معادلةَ التناسُبِ الطرديِّ

$$= \frac{20}{2}$$ أُعوّضُ $x = 2 , y = 20$

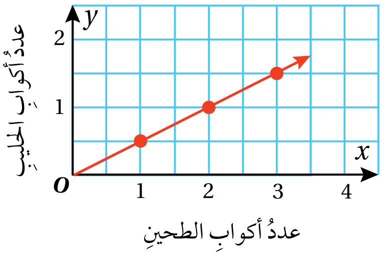
$$= 10$$ أَجِدُ الناتجَ

3 **أكتبُ معادلةَ التناسُبِ الطرديِّ.**

$$y = 10x$$

أتحققُ من فهمي:

يبيّنُ التمثيلُ البيانيُّ المجاورُ العلاقةَ بينَ عددِ أكوابِ الطحينِ وعددِ أكوابِ الحليبِ في وصفةٍ لإعدادِ الكعكِ. أكتبُ معادلةً لهذا التناسُبِ.



مثال 4: منَ الحياةِ

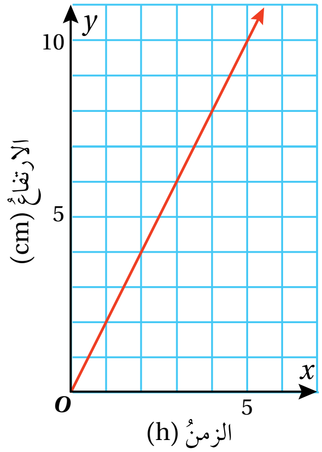
رُصِدَ ارتفاعُ الثلوجِ على قمةِ أحدِ الجبالِ في أثناءِ عاصفةٍ ثلجيةٍ، فَوُجدَ أنَّهُ يزدادُ بمقدارِ 2 cm كلَّ ساعةٍ.

① **أمثّلُ العلاقةَ بيانيًّا.**

أُنشئُ جدولًا، وأكتبُ النِّسَبَ فيهِ على شكلِ أزواجٍ مرتَّبةٍ:

الزمنُ (h)	1	2	3	4
ارتفاعُ الثلوجِ (cm)	2	4	6	8

الأزواجُ المرتبةُ: $(1\ ,2), (2\ ,4), (3\ ,6), (4\ ,8)$



② **أبيّنُ أنَّ العلاقةَ تمثّلُ تناسبًا طرديًّا.**

تمثّلُ العلاقةُ تناسُبًا طرديًّا؛ لأنَّ النقاطَ الممثّلةَ لها تقعُ على مستقيمٍ يمرُّ بنقطةِ الأصلِ.

③ **أكتبُ معادلةَ التناسُبِ الطرديِّ.**

بما أنَّ العلاقةَ تناسُبٌ طرديٌّ، إذنْ، يُمكنُ إيجادُ معادلةٍ لها. وباستخدامِ النقطةِ $(1, 2)$ نجدُ أنَّ ثابتَ التناسُبِ $k = 2$.

إذنْ، المعادلةُ: $y = 2x$

④ **أجِدُ ارتفاعَ الثلجِ بعدَ مرورِ 10 ساعاتٍ.**

$y = 2 \times 10$ أُعوّضُ $x = 10$

$= 20$ أَجِدُ الناتجَ

إذنْ، ارتفاعُ الثلجِ بعدَ مرورِ 10 ساعاتٍ هُوَ 20 cm

أتحققُ من فهمي:

يزدادُ طولُ نبتةٍ بمقدارِ 1.5 cm كلَّ أُسبوعٍ:

⑤ أبيّنُ أنَّ العلاقةَ تمثّلُ تناسبًا طرديًّا.

⑥ أكتبُ معادلةً لهذهِ العلاقةِ.

أَتـدربُ وأحلُّ المسائلَ

أحـــددُ أيُّ العلاقاتِ الخطيّةِ الآتيةِ تمثّلُ تناسُـــبًا طرديًا، وإنْ كانَـــتْ كذلكَ أَجِدُ ثابتَ التناسُبِ لَها:

1

x	y
2	5
4	10
6	15

2

x	y
185	60
235	32
275	40

3

x	y
3	6
4	8
5	10

4

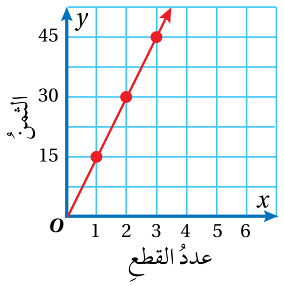
x	y
4	6
5	8
6	10

معلومةٌ

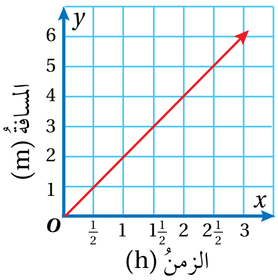
يبلغُ متوســطُ سرعةِ الطائراتِ العموديـــةِ 260 km /h ، إلّا أنَّ أســرعَ طائرةٍ عموديةٍ تبلغُ سرعتُها 416 km /h.

أكتبُ معادلةَ التناسُبِ الطرديِّ في كلٍّ ممّا يأتي:

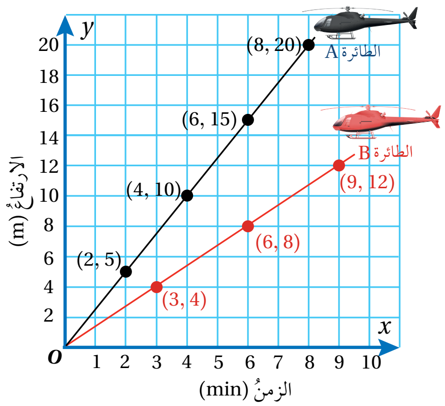
5



6



طائراتٌ: انطلقَتْ طائرتانِ عموديَّتانِ A وَ B في الوقتِ نفسِهِ، ويمثِّلُ الشكلُ المجاورُ العلاقةَ بينَ ارتفاعِ كلٍّ منهُما بالأمتارِ والزمنِ بالدقائقِ.



7 هل توجَدُ علاقةُ تناسُبٍ طرديٍّ بينَ ارتفاعِ كلِّ طائرةٍ والزمنِ؟ أبرِّرُ إجابتي.

8 إذا كانَـــتِ العلاقةُ تمثّلُ تناسُـــبًا طرديًّا؛ أَجِدُ ثابتَ التناسُبِ.

إرشادٌ

أستعينُ بثابتِ التناسبِ لتبريرِ إجابتي.

9 أوضِّحُ سببَ ارتفاعِ الطائرةِ A بصورةٍ أسرعَ مِنَ الطائرةِ B.

يمثّلُ كلٌّ مِنَ الجدولَينِ الآتيَينِ علاقةَ تناسُبٍ طرديٍّ. أَجِدُ القِيَمَ المجهولةَ في كلٍّ منهُما:

10

x	2		6	12
y		10		30

11

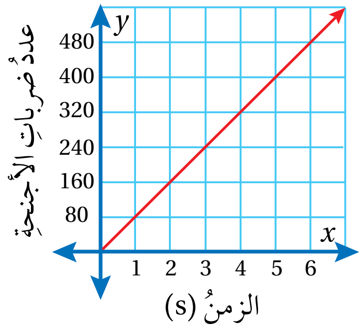
x	8	10		16
y	12		18	

12 **رحلاتٌ:** نظّمَتْ مدرسةُ ريّانَ رحلةً إلى غاباتِ جرشَ وعجلونَ، بحيثُ يرافقُ كلَّ 14 طالبًا معلمٌ واحدٌ. أكتبُ معادلةً تمثّلُ هذهِ العلاقةَ، وأمثّلُها بيانيًّا.

معلومة

يُعَدُّ طائـرُ النحلةِ الطنّانُ أصغرَ طائرٍ على وجهِ الأرضِ، إذْ يبلغُ وزنُهُ 1.8 g وَطولُهُ 5 cm

يبيّنُ الشكلُ المجاورُ عددَ ضرباتِ جناحَيْ طائرِ الطنّانِ بالنسبةِ للزمنِ بالثواني (s):



13 ماذا تمثّلُ النقطةُ (2, 160) ؟

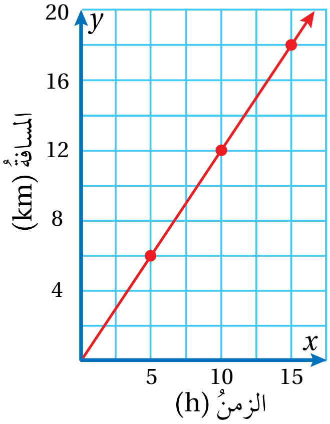
14 أكتبُ معادلةً تمثّلُ هذهِ العلاقةَ.

15 أَجِدُ عددَ ضرباتِ الجناحِ في 6 دقائقَ.

معلومة

تلقى رياضـةُ تسـلقِ الجبالِ اهتمامًـا متزايدًا فـي الأردنِّ؛ لتوافرِ البيئةِ الجبليةِ المناسـبةِ في العديدِ مِنَ المحافظاتِ.

يمثّلُ الشكلُ المجاورُ العلاقةَ بينَ الزمنِ بالساعاتِ (h) والمسافةِ بالكيلومتراتِ الّتي يقطعُها متسابقُ رياضةِ تسلّقِ جبالٍ:



16 أكتبُ معادلةً تمثّلُ هذهِ العلاقةَ.

17 كَمْ ساعةً يحتاجُ المتسابقُ لقطعِ مسافةِ 30 km؟

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

18 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أكتبُ مسألةً حياتيةً يكونُ ثابتُ التناسُبِ فيها 6 km

19 **تبريرٌ:** إذا كانَ ثابتُ تناسُبِ العلاقةِ الطرديةِ الممثَّلةِ في الجدولِ المجاورِ يساوي 5. أَجِدُ القِيَمَ المجهولةَ في الجدولِ، وأبرّرُ خطواتِ الحلِّ جميعَها.

السعرُ (JD)	الزمنُ (h)
x	10
y	20
150	z

إرشاد

أستعملُ ثابتَ التناسُبِ وَحلَّ المعادلاتِ في إيجـادِ القِيَمِ المجهولةِ.

20 **أكتبُ** كيفَ أحددُ ما إذا كانَتِ العلاقةُ بينَ متغيّرينِ تمثّلُ علاقةَ تناسُبٍ طرديٍّ؟

التناسُبُ الطرديُّ

يُمكنُني استخدامُ برمجيةِ جيوجبرا (GeoGebra) لتمثيلِ علاقةِ تناسُبٍ بيانيًّا وتحديدِ إنْ كانَتْ تمثّلُ تناسُبًا طرديًّا أَمْ لا.

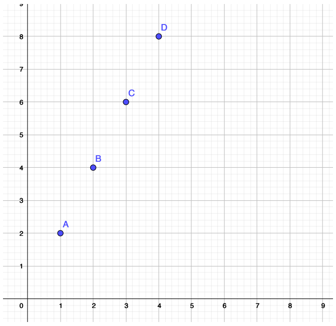
نشاط

x	1	2	3	4
y	2	4	6	8

يمثّلُ الجدولُ المجاورُ علاقةً بينَ المتغيّرَينِ x وَ y. أستخدمُ برمجيةَ جيوجبرا لأحدّدَ ما إذا كانَ المتغيرانِ x وَ y متناسبَينِ طرديًّا أَمْ لا، وَإذا كانا متناسبَينِ أَجِدُ معادلةَ التناسُبِ، ثمَّ أحددُ ثابتَهُ.

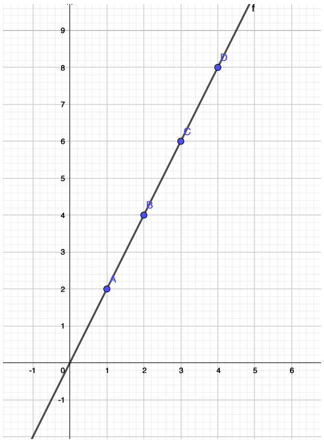
الْخُطْوَةُ 1 **أكتبُ النِّسَبَ المعطاةَ في الجدولِ على شكلِ أزواجٍ مرتَّبةٍ:**

$(1, 2)$,$(2, 4)$,$(3, 6)$,$(4, 8)$



الْخُطْوَةُ 2 **أمثّلُ الأزواجَ المرتَّبةَ في المستوى الإحداثيِّ:**

- أختارُ أيقونةَ Point مِنْ شريطِ الأدواتِ.
- أنقُرُ بالمؤشرِ على مواقعِ الأزواجِ المرتَّبةِ.



الْخُطْوَةُ 3 **أَصِلُ بينَ النقاطِ بمستقيمٍ:**

- أختارُ أيقونةَ Line مِنْ شريطِ الأدواتِ.
- أنقُرُ بالمؤشرِ على نقطتَينِ مِنَ النِّقاطِ الممثَّلةِ؛ لرسمِ مستقيمٍ يصلُ بينَهُما.

ألاحظُ أنَّ المستقيمَ يمرُّ بِنقاطِ العلاقةِ جميعِهاإضافةً إلى نقطةِ الأصلِ. إذنْ، تمثّلُ العلاقةُ تناسبًا طرديًّا.

الْخُطْوَةُ 4 **أَجِدُ معادلةَ علاقةِ التناسُبِ وثابتَهُ:**

- تظهرُ معادلةُ التناسُبِ في شريطِ الإدخالِ وبجانبِها سهمٌ صغيرٌ. $\boxed{\rightarrow 2x-y=0}$

وَيُمكنُني كتابةُ المعادلةِ على الصورةِ $y = 2x$، عندها ألاحظُ أنَّ ثابتَ التناسُبِ $k = 2$

أتدربُ

يمثّلُ كلُّ جدولٍ في ما يأتي علاقةً بينَ المتغيّرَينِ x وَ y. أستخدمُ برمجيةَ جيوجبرا لأمثّلَ العلاقةَ بيانيًّا، وأحددُ ما إذا كانَتْ تمثّلُ علاقةَ تناسُبٍ طرديٍّ أَمْ لا، وإنْ كانَتْ تمثلُ علاقةً طرديةً أَجِدُ معادلةَ العلاقةِ وثابتَ التناسُبِ لَها.

①

x	1	2	3	4
y	4	8	12	16

②

x	1	2	3	4
y	6	4	2	0

الدرسُ 5 التناسُبُ العكسِيُّ

فكرةُ الدرسِ

أميّزُ التناسُبَ العكسيَّ، وأكتبُ معادلتَهُ بإيجادِ ثابتِ التناسُبِ.

المصطلحاتُ

التناسُبُ العكسيُّ.

أستكشفُ

يحتاجُ صهريجُ محروقاتٍ 2.5 ساعةً لتفريغِ حمولتِهِ بمعدّلِ 800 L /h . كمْ منَ الوقتِ يحتاجُ إذا فرّغَ حمولتَهُ بمعدّلِ 1000 L /h؟ هلْ يوجدُ تناسبٌ بينَ معدّلِ التفريغِ والزمنِ؟ إنْ وجدَ تناسبٌ ماذا نسمّيهِ؟

علاقةُ **التناسُبِ العكسيِّ** (inverse variation): هِيَ علاقةٌ بينَ كمّيّتَينِ بحيثُ تؤدي زيادةُ الكميةِ الأولى إلى نقصانِ الكمّيّةِ الثانيةِ، وكذلكَ العكسُ.

مفهومٌ أساسيٌّ التناسُبُ العكسيُّ

- **بالكلماتِ** إذا وُجدَتْ علاقةُ تناسُبٍ عكسيٍّ بينَ المتغيّرَينِ x وَ y فإنَّ ناتجَ ضربِهِما يساوي ثابتًا هُوَ k.
- **بالرموزِ** $x \times y = k$ ، حيثُ $k \neq 0$

وَتمثّلُ $y = \frac{k}{x}$ معادلةَ التناسُبِ العكسيِّ.

مثال 1

يمثّلُ الجدولُ المجاورُ علاقةً بينَ المتغيّرَينِ x وَ y:

x	5	10	25	50
y	20	10	4	?

① **أبيّنُ أنَّ x وَ y متناسبانِ عكسيًّا، ثمَّ أَجِدُ ثابتَ التناسُبِ k.**

أَجِدُ $x \times y$ للقِيَمِ المتناظِرةِ جميعِها:

$$x \times y \longrightarrow 5 \times 20 = 100, \quad 10 \times 10 = 100, \quad 25 \times 4 = 100$$

ألاحظُ أنَّ ناتجَ $x \times y$ متساوٍ للأزواجِ المرتَّبةِ جميعِها، إذنْ، توجدُ علاقةُ تناسُبٍ عكسيٍّ بينَ المتغيرَينِ x وَ y، وثابتُ التناسُبِ $k = 100$.

2 أكتبُ معادلةَ التناسُبِ العكسيِّ، ثم أَجِدُ القيمةَ المجهولةَ في الجدولِ السابقِ.

$$y = \frac{100}{x}$$

أكتبُ معادلةَ التناسُبِ العكسيِّ $y = \frac{100}{x}$

أُعوّضُ $x = 50$ في المعادلةِ $= \frac{100}{50}$

أَجِدُ الناتجَ $= 2$

أتحققُ من فهمي:

يمثّلُ الجدولُ المجاورُ علاقةً بينَ المتغيّرَينِ **x** وَ **y** :

x	3	6	9	12
y	12	6	4	?

3 أبيّنُ أنَّ x وَ y متناسبانِ عكسيًا، ثمَّ أَجِدُ ثابتَ التناسُبِ k.

4 أكتبُ معادلةَ التناسُبِ العكسيِّ، ثم أَجِدُ القيمةَ المجهولةَ في الجدولِ.

مثال 2: منَ الحياةِ

يمثّلُ الجدولُ المجاورُ العلاقةَ بينَ معدَّلِ السرعةِ والزمنِ اللازمِ لقطعِ المسافةِ بينَ عمّانَ والطفيلةِ الّتي تساوي **180 km**:

معدَّلُ السرعةِ (km/h)	الزمنُ (h)
90	2
72	2.5
60	3
45	4

1 **أبيّنُ أنَّ معدَّلَ السرعةِ والزمنَ متناسبانِ عكسيًا، ثمَّ أَجِدُ ثابتَ التناسُبِ k.**

معدلُ السرعةِ × الزمنُ $\longrightarrow 2 \times 90 = 180,\quad 2.5 \times 72 = 180,\quad 3 \times 60 = 180,\quad 4 \times 45 = 180$

ألاحظُ أنَّ ناتجَ الضربِ متساوٍ للقِيَمِ المتناظرةِ جميعِها؛ إذنْ، معدَّلُ السرعةِ وَالزمنُ متناسبانِ عكسيًّا، وثابتُ التناسُبِ $k = 180$.

2 أكتبُ معادلةَ التناسبِ العكسيِّ.

$$y = \frac{180}{x}$$

أتحققُ من فهمي:

يمثّلُ الجدولُ المجاورُ العلاقةَ بينَ عددِ العُمّالِ وَالزمنِ اللازمِ لبناءِ سورٍ:

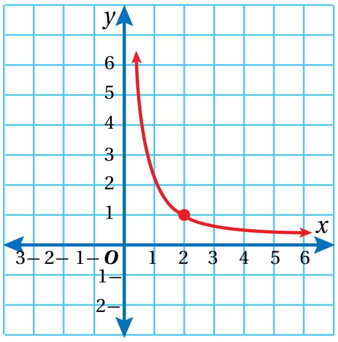
الزمنُ (h)	عددُ العُمّالِ
12	2
6	4
4	6
3	8

3 أبيّنُ أنَّ عددَ العُمّالِ وَالزمنَ متناسبانِ عكسيًّا، ثمَّ أَجِدُ ثابتَ التناسُبِ k.

4 أكتبُ معادلةَ العلاقةِ.

يُمكننا إيجادُ ثابتِ التناسُبِ لعلاقةِ تناسُبٍ عكسيٍّ ممثَّلةٍ بيانيًّا، وذلكَ بتحديدِ زوجٍ مرتَّبٍ على التمثيلِ البيانيِّ، وتعويضِ قيمةِ x وَ y في معادلةِ التناسُبِ العكسيِّ.

مثال 3



يبيّنُ الشكلُ المجاورُ علاقةً عكسيةً بينَ المتغيّرَينِ x وَ y :

① **أَجِدُ ثابتَ التناسُبِ k :**

أختارُ زوجًا مرتَّبًا على التمثيلِ البيانيِّ للعلاقةِ، مثلَ (2 , 1)، وأعوّضُهُ في معادلةِ التناسُبِ العكسيِّ.

أكتبُ معادلةَ التناسُبِ العكسيِّ $y = \frac{k}{x}$

أُعوّضُ $x = 2, y = 1$ $1 = \frac{k}{2}$

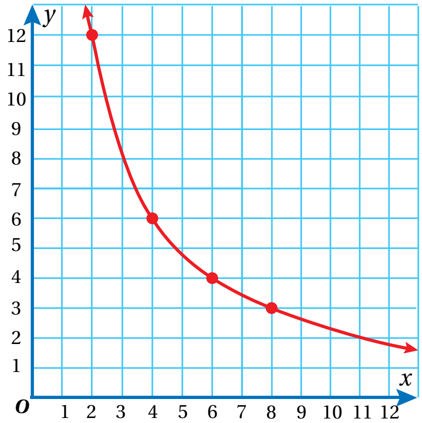
بالضربِ التبادليِّ $k = 2$

إذنْ، ثابتُ التناسبِ $k = 2$

② **أكتبُ معادلةَ التناسُبِ العكسيِّ:**

$$y = \frac{2}{x}$$

أتحققُ من فهمي:



يبيّنُ الشكلُ المجاورُ علاقةً عكسيةً بينَ المتغيّرَينِ x وَ y:

③ أَجِدُ ثابتَ التناسُبِ k .

④ أكتبُ معادلةَ التناسُبِ العكسيِّ.

مثال 4: منَ الحياةِ

محيطاتٌ: يبيّنُ الجدولُ المجاورُ العلاقةَ بينَ عُمقِ الماءِ وَدرجاتِ الحرارةِ في المحيطِ الأطلسيِّ:

درجةُ الحرارةِ (°F)	العمقُ (ft)
28	500
14	1000
7	2000

① **أحددُ ما إذا كانَتِ العلاقةُ تمثّلُ علاقةَ تناسُبٍ طرديٍّ أَمْ عكسيٍّ.**

ألاحظُ مِنَ الجدولِ أَنَّهُ كلّما ازدادَ العُمقُ انخفضَتْ درجَةُ الحرارةِ؛ لذا، لا يُمكنُ أنْ تمثِّلَ العلاقةُ تناسبًا طرديًّا.

أتعلم

القدمُ مِنْ وحداتِ قياسِ الطولِ، وَيُرمزُ لَهُ بالرمزِ ft وكل 1 ft يساوي 30.48 cm

أختبرُ ما إذا كانَتِ العلاقةُ تمثّلُ تناسبًا عكسيًّا:

درجةُ الحرارةِ × العمقُ $\longrightarrow$ $500 \times 28 = 14000, \quad 1000 \times 14 = 14000, \quad 2000 \times 7 = 14000$

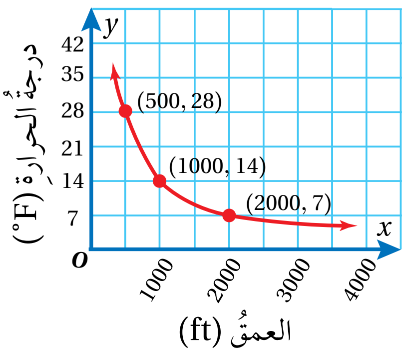
ألاحظُ أنَّ ناتجَ الضربِ متساوٍ للقِيَمِ المتناظرةِ جميعِها، إذنْ، درجةُ الحرارةِ وَعُمقُ الماءِ متناسبانِ عكسيًّا، وثابتُ التناسُبِ $k = 14000$.

2 **أكتبُ معادلةَ التناسُبِ العكسيِّ.**

$$y = \frac{14000}{x}$$

3 **أمثّلُ علاقةَ التناسُبِ بيانيًّا.**

أمثلُ الأزواجَ المرتبةَ في الجدولِ في المستوى الإحداثيِّ، ثمَّ أرسمُ خطًّا منحنيًا يمرُّ بها جميعًا.



4 **أَجِدُ درجةَ الحرارةِ على عُمقِ 7000 ft:**

أكتبُ معادلةَ التناسُبِ العكسيِّ $\quad y = \frac{14000}{x}$

أُعوّضُ $x = 7000$ $\quad = \frac{14000}{7000}$

أَجِدُ الناتجَ $\quad = 2$

إذنْ، درجةُ الحرارةِ على عمقِ 7000 ft تساوي 2°F

أتحققُ من فهمي:

يبيّنُ الجدولُ المجاورُ العلاقةَ بينَ عددِ العُمّالِ وَالزمنِ الّذي يستغرقونَهُ في طِلاءِ أحدِ المنازلِ:

الزمنُ (h)	عددُ العمالِ
4	2
2	4
1	8

5 أحددُ ما إذا كانَتِ العلاقةُ تمثّلُ علاقةَ تناسُبٍ طرديٍّ أَمْ عكسيٍّ.

6 أمثّلُ العلاقةَ بيانيًّا.

7 أَجِدُ الزمنَ الّذي يحتاجُهُ 5 عُمّالٍ لطلاءِ المنزلِ.

أتدربُ وأحلُّ المسائلَ

أحددُ أيُّ العلاقاتِ الآتيةِ تمثّلُ تناسبًا طرديًّا وأيُّها تمثّلُ تناسبًا عكسيًّا:

1

x	−2	2	4	6
y	−1	1	2	3

2

x	0.5	1	3	6
y	6	3	1	0.5

3

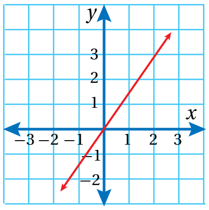
x	2	5	8	20
y	10	4	2.5	1

4

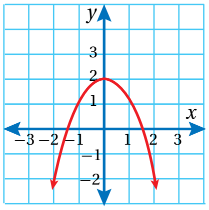
x	2	4	8	11
y	1.5	3	6	8.25

أحددُ أيُّ العلاقاتِ الآتيةِ تمثّلُ تناسبًا طرديًا وأيُّها تمثّلُ تناسبًا عكسيًّا، وأيُّها لا تُمثّلُ أيًّا منهُما، مبررًا إجابتي:

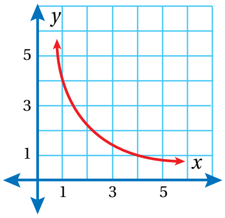
5



6



7



أحددُ أيُّ العلاقاتِ الآتيةِ تمثّلُ تناسبًا طرديًا وأيُّها تمثّلُ تناسبًا عكسيًّا، وأيُّها لا تُمثّلُ أيًّا منهُما، مبررًا إجابتي:

8 $xy = 8$

9 $y - x = 0$

10 $y - 2 = \frac{7}{x}$

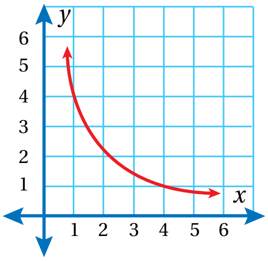
11 $2y = \frac{3}{x}$

12 $y = x + 9$

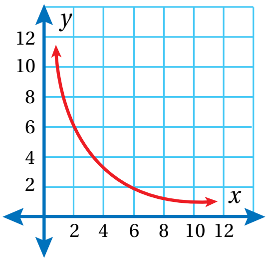
13 $y = \frac{5}{2x}$

أكتبُ معادلةَ التناسُبِ العكسيِّ في كلٍّ ممّا يأتي:

14



15



16 يمثّـلُ الجدولُ المجـاورُ العلاقــةَ بينَ عــددِ العمّالِ وساعاتِ العملِ اللازمةِ لتعبئةِ إنتاجِ بستانٍ مِنَ البرتقالِ في صناديقَ. أبيّنُ ما إذا كانَتِ العلاقةُ بينَ عددِ الساعاتِ وَعددِ العُمّالِ تمثلُ تناسبًا عكسيًّا أمْ لا.

الزمنُ (h)	عددُ العُمّالِ
48	1
24	2
8	6
4	12

17 قطعةُ أرضٍ مستطيلةُ الشكلِ مساحتُها $120\,\text{m}^2$ أُكملُ الجدولَ المجاورَ الّذي يمثّلُ العلاقةَ بينَ طولِ القطعةِ وعرضِها، ثمَّ أحددُ نوعَ التناسُبِ وأمثّلُهُ بيانيًّا.

طولُ قطعةِ الأرضِ (y)	عرضُ قطعةِ الأرضِ (x)
30	4
	6
	8
	10

معلومة

تُعدُّ ثمارُ الحمضياتِ المنتَجةُ في الأردنِ مِنْ أفضلِ الأنواعِ على مستوى العالمِ، وَهِيَ بِذلكَ تنافسُ في الأسـواقِ العالميةِ جميعِها.

في كلٍّ مِنَ الجدولَينِ الآتيَينِ يتناسبُ المتغيِّرانِ x وَ y عكسيًّا. أكتبُ معادلةَ كلِّ تناسُبٍ، ثمَّ أَجِدُ القِيَمَ المجهولةَ.

18

x	3		0.5	
y	4	12		144

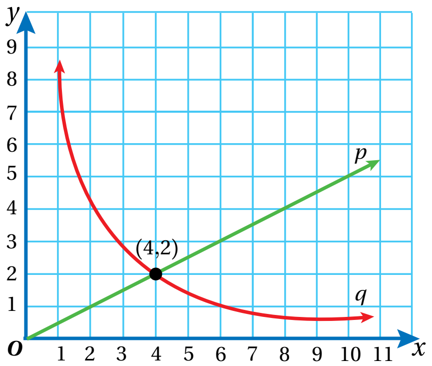
19

x	20		2	
y	3	4		40

20 أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ، وأحلُّ المسألةَ مقرِّبًا الإجابةَ لأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

تبريرٌ: يمثّلُ أحدُ التمثيلَينِ البيانيّينِ المجاورَينِ p وَ q تناسبًا طرديًا ويمثّلُ الآخرُ تناسبًا عكسيًّا:



21 أكتبُ معادلةً لكلٍّ منهُما.

22 أصفُ التغيّرَ الّذي يطرأُ على y عندَما تتغيرُ x في كلِّ حالةٍ. أبرّرُ إجابتي.

إرشاد

يمكنُ الاستفادةُ مِنَ النقطةِ (4, 2) الّتي تقعُ على كِلا المنحنيَينِ في إيجادِ معادلةِ كلٍّ مِنْهُما.

23 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أكتبُ وأمثّلُ بيانيًّا علاقتَيْ تناسُبٍ لهُما ثابتُ التناسُبِ نفسُهُ إحداهُما طرديةٌ والأُخرى عكسيةٌ.

24 **تبريرٌ:** إذا كانَتِ النقطتانِ (3, 8) وَ $(2, y)$ تقعانِ على مُنحنى العلاقةِ العكسيةِ نفسِهِ، فأَجِدُ قيمةَ y.

تحدٍّ: يتناسبُ الزمنُ (t) الّذي يستلمُ فيهِ الزبائنُ طلباتِهِمْ مِنْ أحدِ المطاعمِ عكسيًّا معَ مربَّعِ عددِ العاملينَ (n). إذا احتاجَ زَبونٌ 20 دقيقةً لاستلامِ طلبِهِ عندَما يكونُ عددُ العاملينَ 4. فأُجيبُ عمّا يأتي:

25 أكتبُ معادلةً تُعطي t بدلالةِ n.

26 إذا أصبحَ عددُ العاملينَ $2n$، كَمْ سيوفّرُ الزّبونُ مِنَ الوقتِ لاستلامِ الطلبِ.

27 **أكتبُ** كيفَ أميّزُ التناسُبَ العكسيَّ باستعمالِ التمثيلِ البيانيِّ؟

الدرسُ 6 التقسيمُ التناسُبيُّ

فكرةُ الدرسِ

أستعملُ التقسيمَ التناسُبيَّ في حلِّ مسائلَ حياتيةٍ.

المصطلحاتُ

التقسيمُ التناسُبيُّ

أستكشفُ

اشتركَ حسنٌ وسعيدٌ وسليمٌ في تجارةٍ، فدفعَ حسنٌ JD 2000، ودفعَ سعيدٌ JD 4000، ودفعَ سليمٌ JD 1000، وفي نهايةِ العامِ بلغَتْ أرباحُ هذهِ التجارةِ JD 1400، كيفَ ستوزَّعُ الأرباحُ بينَهُمْ؟

التقسيمُ التناسُبيُّ (proportional division): هُوَ تقسيمُ كمّيةٍ أَوْ شيءٍ بِنِسَبٍ معلومةٍ، مثلُ تقسيمِ مبلغٍ مِنَ المالِ على وَرَثةٍ، أَوْ تقسيمِ أرباحِ تجارةٍ على شُركاءَ حسبَ مساهمةِ كلِّ واحدٍ منهُمْ.

أتذكرُ

يُمكنُنا ضربُ النِّسبِ بالعددِ نفسِهِ للحصولِ على نِسَبٍ مكافِئةٍ.

مثال 1

قسمَ عُمَرُ وَسامي قطعةَ أرضٍ مساحتُها $1600\ m^2$ بينهما بنسبةِ 2 : 3، أجِدُ مساحةَ الجزءِ الّذي سيحصلُ عليْهِ كلٌّ منهُما، وأتحققُ مِنْ صحةِ الحلِّ.

أجِدُ عددَ الأجزاءِ جميعِها $2+3=5$

أجِدُ قيمةَ الجزءِ الواحدِ بالقسمةِ على عددِ الأجزاءِ $\frac{1600}{5}=320\ m^2$

ولإيجادِ مساحةِ الجزءِ الّذي سيحصلُ عليْهِ كلٌّ مِنْ عُمَرَ وَسامي؛ أضربُ النسبةَ الخاصةَ بكلٍّ منهُما في مساحةِ الجزءِ الواحدِ:

مساحةُ الجزءِ الخاصِّ بِعُمرَ مِنْ قطعةِ الأرضِ $2\times 320=640\ m^2$

مساحةُ الجزءِ الخاصِّ بسامي مِنْ قطعةِ الأرضِ $3\times 320=960\ m^2$

أتحققُ مِنْ صحةِ الحلِّ:

أجمعُ المساحتَينِ $640\ m^2+960\ m^2 \overset{?}{=} 1600\ m^2$

الطرفانِ متساويانِ، إذنْ، الحلُّ صحيحٌ $1600\ m^2=1600\ m^2$ ✓

أتحققُ من فهمي:

أقسمُ مبلغَ JD 1400 بينَ سُهى وجميلٍ بنسبةِ 3:7

مثال 2

اشتركَ ثلاثةُ أشخاصٍ في تجارةٍ، دفعَ الأولُ JD 18000 في رأسِ المالِ، وَدفعَ الثاني JD 9000 وَدفعَ الثالثُ JD 15000، وفي نهايةِ العامِ كانَ صافي الأرباحِ JD 7000. إذا وُزِّعَتِ الأرباحُ حسبَ مساهمةِ كلٍّ منهُمْ في رأسِ مالِ التجارةِ، أَجِدُ نصيبَ كلِّ واحدٍ منهُمْ مِنَ الأرباحِ، وأتحققُ مِنْ صحةِ الحلِّ.

لإيجادِ نصيبِ كلٍّ منهُمْ مِنْ أرباحِ التجارةِ، أتّبعُ الخطواتِ الآتيةَ:

الخُطْوَةُ 1 أجدُ عددَ أجزاءِ الربحِ الَّتي يحصلُ عليها كلُّ شخصٍ.

أتذكر

(ق. م. أ) هُوَ اختصارُ القاسمِ المشتركِ الأكبرِ.

الأولُ إلى الثاني إلى الثالث $18000 : 9000 : 15000$

أقسمُ على (ق.م.أ) للمبالغِ وَهُوَ 3000 $6 : 3 : 5$

إذنْ، نصيبُ الشخصِ الأولِ 6 أجزاءٍ مِنَ الأرباحِ، وَالشخصِ الثاني 3 أجزاءٍ، وَالشخصِ الثالثِ 5 أجزاءٍ.

الخُطْوَةُ 2 أَجِدُ مقدارَ الجزءِ الواحدِ مِنَ الربحِ.

أَجِدُ عددَ الأجزاءِ جميعِها $6 + 3 + 5 = 14$

أقسمُ الربحَ على عددِ الأجزاءِ $\frac{7000}{14} = 500$

إذنْ، قيمةُ الجزءِ الواحدِ مِنَ الربحِ تساوي JD 500.

الخُطْوَةُ 3 أَجِدُ نصيبَ كلِّ واحدٍ مِنَ الأشخاصِ الثلاثةِ، بضربِ عددِ أجزائِهِ في قيمةِ الجزءِ الواحدِ:

نصيبُ الأولِ مِنَ الأرباحِ $6 \times 500 = \text{JD } 3000$

نصيبُ الثاني مِنَ الأرباحِ $3 \times 500 = \text{JD } 1500$

نصيبُ الثالثِ مِنَ الأرباحِ $5 \times 500 = \text{JD } 2500$

أتحققُ مِنْ صحةِ الحلِّ:

أجمعُ نصيبَ كلٍّ منهُمْ مِنَ الأرباحِ $\text{JD } 3000 + \text{JD } 1500 + \text{JD } 2500 \overset{?}{=} \text{JD } 7000$

الطرفانِ متساويانِ، إذنْ، الحلُّ صحيحٌ ✓ $\text{JD } 7000 = \text{JD } 7000$

أتحققُ من فهمي:

اشتركَ ثلاثةُ أشخاصٍ في شراءِ سيارةِ أجرةٍ بمبلغِ JD 45000، واتّفقوا على أنَّ نِسَبَ مُلكيةِ السيارةِ بينَهُمُ الأولُ إلى الثاني إلى الثالثِ بالشكلِ 2 : 4 : 3، وأنْ يدفعَ كلٌّ منهُمْ مِنْ ثَمَنِها حسبَ نسبةِ ملكيّتِهِ. أَجِدُ المبلغَ الّذي دفعَهُ كلٌّ منهُمْ، وأتحققُ مِنْ صحةِ الحلِّ.

مثال 3

تُوُفِّيَ رجلٌ وَترك JD 20000 لورثتِهِ، ولَهُ زوجةٌ وولدانِ وبنتٌ، أحسبُ نصيبَ كلٍّ مِنَ الوَرَثةِ علمًا بأنَّ للزوجةِ $\frac{1}{8}$ التَّركةِ، وَللذكرِ مثلُ حظِّ الأُنثيَينِ بعدَ أخذِ حصةِ الزوجةِ.

الْخُطْـوَةُ 1 أَجِدُ نصيبَ الزوجةِ مِنَ التَّرِكَةِ:

أضرِبُ المبلغَ في $\frac{1}{8}$، وَأُبسّطُ $20000 \times \frac{1}{8} = 2500$

إذنْ، نصيبُ الزوجةِ JD 2500

الْخُطْـوَةُ 2 أَجِدُ ما تبقّى مِنَ التَّرِكَةِ بعدَ أنْ أخذَتِ الزوجةُ نصيبَها:

أطرحُ نصيبَ الزوجةِ مِنَ المبلغِ JD 20000 − JD 2500 = JD 17500

الْخُطْـوَةُ 3 أُوزّعُ ما تبقّى مِنَ التَّرِكَةِ على الولدَيْنِ وَالبنتِ بحيثُ تكونُ النِّسَبُ 2:2:1

أَجِدُ عددَ الأجزاءِ جميعِها $2+2+1=5$

أَجِدُ قيمةَ الجزءِ الواحدِ بالقسمةِ على عددِ الأجزاءِ JD 17500 ÷ 5 = JD 3500

أَجِدُ نصيبَ كلِّ ولدٍ بالضربِ في 2 JD 3500 × 2 = JD 7000

إذنْ، نصيبُ البنتِ هُوَ الجزءُ الواحدُ JD 3500، ونصيبُ كلِّ ولدٍ JD 7000.

أتحققُ مِنْ صحةِ الحلِّ:

أجمعُ نصيبَ كلٍّ منهُم مِنَ الميراثِ JD 3500 + JD 7000 + JD 7000 + JD 2500 $\overset{?}{=}$ JD 20000

الطرفانِ متساويانِ، إذنْ، الحلُّ صحيحٌ JD 20000 = JD 20000 ✓

أتحققُ من فهمي:

تُوُفِّيَ رجلٌ وترك JD 30000 لورثتِهِ وهم: ولدٌ، وثلاثُ بناتٍ، إذا أوصى بِسُدُسِ تَرِكَتِهِ للجمعياتِ الخيريةِ، فأحسبُ نصيبَ كلٍّ مِنَ الوَرَثةِ.

مثال 4

حضّرَ الطلبةُ في مختبرِ الكيمياءِ محلولًا مِنْ مُذيبٍ وَمُذابٍ بنسبةِ 5:1، إذا كانَتْ كمّيةُ المحلولِ 216 mL، فما كمّيةُ كلٍّ مِنَ المُذيبِ والمُذابِ؟

أَجِدُ عددَ الأجزاءِ جميعِها $5+1=6$

أَجِدُ مقدارَ الجزءِ الواحدِ بالقسمةِ على 6 $216 \div 6 = 36$

أَجِدُ كمّيةَ المُذيبِ بالضربِ في عددِ أجزائِهِ $36 \times 5 = 180$ mL

إذنْ، كمّيةُ المذيبِ في المحلولِ 180 mL وكمّيةُ المُذابِ 36 mL

أتحققُ مِنْ صحةِ الحلِّ:

أجمعُ كمّيةَ كلٍّ مِنَ المُذيبِ وَالمُذابِ

$$180\ \text{mL} + 36\ \text{mL} \overset{?}{=} 216\ \text{mL}$$

الطرفانِ متساويانِ، إذنْ، الحلُّ صحيحٌ

$$216\ \text{mL} = 216\ \text{mL} \quad \checkmark$$

أتحققُ من فهمي:

إذا كانَتْ نسبةُ المُذيبِ إلى المُذابِ في محلولٍ 3:2، وكانَتْ كمّيةُ المحلولِ 250 mL، أَجِدُ كمّيةَ كلٍّ مِنَ المُذيبِ وَالمُذابِ.

أتدربُ وأحلُّ المسائلَ

1. **طعامٌ:** وُزِّعَ طَبَقُ بيتزا مكوّنٌ مِنْ 14 جزءًا متماثلًا بينَ شخصَينِ بنسبةِ 3:4، أَجِدُ نصيبَ كلِّ واحدٍ منهُما.
2. **حدائقُ:** حديقةٌ مثلَّثةُ الشكلِ، النسبةُ بينَ أطوالِ أضلاعِها 5 : 4 : 3، فإذا كانَ محيطُها 120 m، أحسبُ أطوالَ أضلاعِ هذهِ الحديقةِ.
3. **مشاريعُ صغيرةٌ:** اشتركَتْ ثلاثُ سيّداتٍ في مشروعٍ بيتيٍّ لصناعةِ الصابونِ وبَيعِهِ، فدفعَتِ الأولى JD 500، والثانيةُ JD 300 والثالثةُ JD 400، وفي نهايةِ العامِ كانَ صافي الأرباحِ JD 2400. أَجِدُ نصيبَ كلِّ واحدةٍ منهُنَّ إذا وُزِّعَتِ الأرباحُ حسبَ مساهمةِ كلٍّ منهُنَّ في رأسِ مالِ المشروعِ، وأتحققُ مِنْ صحةِ الحلِّ.

مؤسسة نهر الأردن
Jordan River Foundation

معلومة

في عام 1995 أسّسَتْ جلالةُ الملكةِ رانيا العبدالله مؤسسةَ نهرِ الأردنِّ الّتي تهدفُ إلى توفيرِ فرصِ عملٍ لِلسيداتِ تمكنُهُنَّ مِنْ تحسينِ مستوى معيشتِهِنَّ، إضافةً إلى بناءِ قُدُراتِهِنَّ في مجالِ إدارةِ المشاريعِ وَتطويرِها.

4. **ميراثٌ:** تُوُفِّيَتْ سيدةٌ، وتركَتْ لِوَرَثَتِها، وَهُمْ زوجٌ وولدٌ وبنتٌ، مبلغَ JD 18000، أحسبُ نصيبَ كلٍّ مِنَ الوَرَثةِ علمًا أنَّ للزوجِ $\frac{1}{4}$ التَّرِكَةِ، وَللولدِ مِثْلَي البنتِ.
5. قُطِّعَ أنبوبٌ بلاستيكيٌّ طولُهُ 1.2 m إلى ثلاثةِ أجزاءٍ بنسبةِ 2 : 3 : 5، أَجِدُ طولَ كلِّ جزءٍ بالسّنتيمترِ.
6. **هندسةٌ:** مثلثٌ متطابقُ الضّلعَينِ، نسبةُ طولِ أحدِ الضّلعَينِ المتطابقَينِ إلى طولِ الضّلعِ الثالثِ هِيَ 3 : 2، إذا كانَ محيطُ المثلَّثِ 70 cm، أَجِدُ أطوالَ أضلاعِهِ.
7. **طقسٌ:** إذا كانَتْ نسبةُ عددِ الأيامِ العاصفةِ إلى عددِ الأيامِ المُشمِسةِ إلى عددِ الأيامِ الماطرةِ في شهرِ نَيسانَ هِيَ 3:2:5، أَجِدُ عددَ الأيامِ العاصفةِ، وَعددَ الأيامِ الماطرةِ.
8. **معادنُ:** معدِنٌ كُتلتُهُ 187 g مكوَّنٌ مِنْ نحاسٍ وفضةٍ بنسبةِ $\frac{1}{7} : \frac{1}{4}$، ما كمّيةُ كلٍّ مِنَ النحاسِ والفضةِ في المعدِنِ؟

إرشاد

أضربُ النسبَ بـ م . م . أ للمقامينِ.

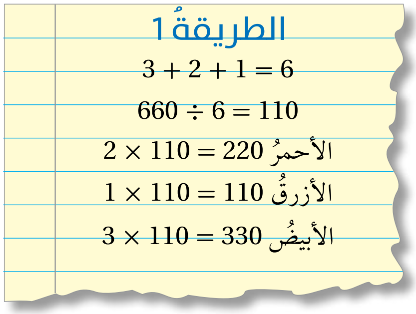
9 قُسِّمَ مبلغُ 2800 JD بينَ عاملٍ وَفنّيٍّ وَمهندسٍ بنسبةِ $1:\frac{1}{2}:\frac{1}{4}$، أَجِدُ نصيبَ كلِّ واحدٍ منهُمْ مِنَ المبلغِ.

10 إذا كانَتِ النسبةُ بينَ قياساتِ زوايا مثلَّثٍ 1:2:3، أَجِدُ قياساتِ زواياه.

11 أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ، وأحلُّ المسألةَ.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

أكتشفُ الخطأَ: خليطٌ مكوَّنٌ مِنْ ثلاثةِ ألوانٍ: الأحمرِ، والأزرقِ، والأبيضِ، بِنِسبةِ 3:2:1 ، كمّيتُهُ 660 mL . لتحديدِ الكمّيةِ المستخدَمةِ مِنْ كلِّ لونٍ في الخليطِ، استخدمَ سليمٌ طريقتَيْنِ، وحصلَ على إجابةٍ خاطئةٍ في كلٍّ منهُما:



الطريقةُ 1

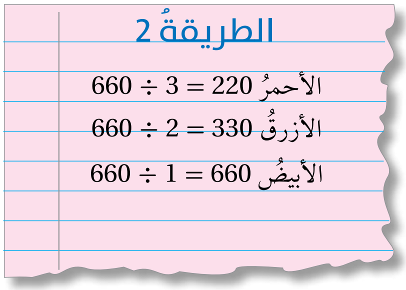
$3 + 2 + 1 = 6$

$660 \div 6 = 110$

الأحمرُ $2 \times 110 = 220$

الأزرقُ $1 \times 110 = 110$

الأبيضُ $3 \times 110 = 330$



الطريقةُ 2

الأحمرُ $660 \div 3 = 220$

الأزرقُ $660 \div 2 = 330$

الأبيضُ $660 \div 1 = 660$

12 أوضّحُ الخطأَ الّذي وقعَ فيهِ سليمٌ في كلِّ طريقةٍ.

13 ما الإجابةُ الصحيحةُ؟

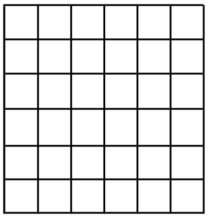
14 **تحدٍّ:** قطعةُ أرضٍ مستطيلةُ الشكلِ، نسبةُ طولِها إلى عَرضِها 5:3، فإذا كانَ محيطُها 160 m، أَجِدُ مساحتَها.

15 **تبريرٌ:** أعدَّ رامي خليطًا مِنَ العصيرِ الطبيعيِّ يحتوي البرتقالَ والليمونَ والزَّنجبيلَ بالنسبةِ 1:9 :40، وأعدَّتْ مَيْسُ خليطًا مِنَ المكوِّناتِ نفسِها ولكنْ بالنسبةِ 10:2:1 ، أيُّ الخليطَيْنِ فيهِ نسبةٌ أكبرُ مِنَ الزَّنجبيلِ؟ أبرّرُ إجابتي.

إرشاد

أقسمُ الشبكةَ إلى 3 مناطق مستعمِلًا التقسيمَ التناسُبيَّ.

16 **تحدٍّ:** أقسمُ شبكةَ المربّعاتِ المجاورةَ إلى ثلاثةِ أجزاءٍ مستخدِمًا خطَّينِ، بحيثُ تكونُ النسبةُ بينَ المساحاتِ الناتجةِ 2:3:4



17 **أكتبُ** كيفَ أوظّفُ التقسيمَ التناسُبيَّ في حلِّ مسائلَ حياتيةٍ؟

الدرسُ 7 تطبيقاتٌ ماليةٌ

فكرةُ الدرسِ

أحلُّ مسائلَ ماليّةً تتضمنُ: البيعَ والشراءَ، ومقارنةَ الأسعارِ.

المصطلحاتُ

التكلفةُ، سعرُ البيعِ، الربحُ، الخسارةُ، التكلفةُ الكليةُ، سعرُ الصرفِ.

أستكشفُ

سـعرُ عُلبةِ عِطرٍ في مدينةِ الرّياضِ SAR 140، وَسعرُها في السوقِ الحُرّةِ في مطارِ الملكةِ علياءَ الدَّوليِّ USD 32 ، وسعرُها في عمّانَ JD 25 ، أيُّ الأسعارِ أفضلُ لمسافرٍ يريدُ أنْ يشتريَ عُلبةَ عِطرٍ مِنْ هذا النوعِ؟

توجَـدُ تطبيقاتٌ ماليةٌ عديدةٌ في حياتِنا اليوميـةِ مثلُ: **الربحُ** (profit(P))، و**الخســارةُ** (loss)، وهناكَ مصطلحاتٌ عديدةٌ مرتبطةٌ بالربحِ والخسارةِ منها: **التكلفةُ** (cost): وَهِيَ ما يدفعُهُ البائعُ ثمنًا للسلعةِ، وَ**التكلفةُ الكليّةُ** (total cost(TC)) وَهِيَ مجموعُ تكلفةِ السلعةِ وَما ينفقُهُ البائعُ مِنْ مصروفاتٍ أُخرى على السلعةِ، مثلَ أجورِ نقلٍ وتخزينٍ وضرائبَ، وغيرِها.

أمّا **سعرُ البيعِ** (sale price(SP)) فَهُوَ المبلغُ الّذي يقبِضُهُ البائعُ عندَ بيعِ سلعةٍ.

ويحققُ البائعُ الربحَ عندَما يكونُ سـعرُ البيعِ أكبرَ مِنَ التكلفةِ، ويكونُ $P = SP - TC$. ويخسرُ البائعُ عندَما يكونُ سعرُ البيعِ أقلَّ مِنَ التكلفةِ.

مثال 1

1 اشـترى تاجرٌ سيارةً بمبلغِ JD 12500 ودفعَ رسومَ تسجيلٍ لَها JD 350، ثمَّ باعَها بسعرِ JD 14000، هلْ ربحَ التاجرُ أَمْ خسرَ في عمليةِ البيعِ؟ أَجِدُ مقدارَ الربحِ أَوِ الخسارةِ.

الخُطْـوَةُ 1 أَجِدُ تكلفةَ السيارةِ الكلّيّةَ، وهِيَ سعرُ الشراءِ مضافًا إليهِ رسومُ التسجيلِ:

تكلفةُ السيارةِ الكليةُ (TC) $\quad$ JD 12500 + JD 350 = JD 12850

بما أنَّ سعرَ البيعِ أكبرُ مِنَ التكلفةِ الكلّيةِ؛ إذنْ، ربحَ التاجرُ.

الخُطْـوَةُ 2 أَجِدُ الربحَ بطرحِ التكلفةِ الكلّيةِ مِنْ سعرِ البيعِ:

$P = SP - TC$ $\quad$ JD 14000 – JD 12850 = JD 1150

إذنْ، ربحَ التاجرُ مبلغَ JD 1150.

2 اشــترى حسامٌ ثلاجةً بِمبلغِ JD 980، ودفعَ أجورَ نقلٍ وتركيبٍ لَها JD 65، ثمَّ باعَها بسعرِ JD 1000. هلْ ربحَ حسامٌ أَمْ خسرَ في عمليةِ البيعِ؟ أَجِدُ مقدارَ الربحِ أَوِ الخسارةِ.

الْخُطْوَةُ 1 أَجِدُ تكلفةَ الثلاجةِ الكلّيّةَ، وَهِيَ سعرُ الشراءِ مضافًا إليهِ أجورُ النقلِ والتركيبِ:

تكلفةُ الثلاجةِ الكلّيّةُ (TC) JD 980 + JD 65 = JD 1045

بما أنَّ سعرَ البيعِ أقلُّ مِنَ التكلفةِ الكلّيّةِ؛ إذنْ، خسرَ حسامٌ.

الْخُطْوَةُ 2 أَجِدُ الخسارةَ بطرحِ سعرِ البيعِ مِنَ التكلفةِ الكلّيّةِ:

JD 1045 – JD 1000 = JD 45

إذنْ، خسرَ حسامٌ مبلغَ JD 45

أتحقّقُ من فهمي:

3 اشــترى تاجرٌ 30 كيسَ أرزٍّ بسعرِ JD 5 للكيسِ الواحدِ، ودفعَ أجرةَ نقلِها JD 16، وقبضَ JD 180 ثمنَ بيعِ الكمّيّةِ كلِّها، هلْ ربحَ التاجرُ أَمْ خسرَ في عمليةِ البيعِ؟ أَجِدُ مقدارَ الربحِ أَوِ الخسارةِ.

تُستخدَمُ النسبةُ المئويةُ كثيرًا في التطبيقاتِ الحياتيةِ مثلِ تحديدِ سعرِ سلعةٍ بعدَ إضافةِ ضريبةِ المبيعاتِ.

مثال 2

اشتركَتْ ليلى في إنترنتْ منزليٍّ بِمبلغِ JD 300 سنويًّا مضافًا إليْهِ ضريبةٌ مقدارُها 16%، كَمْ ستدفعُ ليلى شهريًّا؟

الْخُطْوَةُ 1 أَجِدُ قيمةَ الضريبةِ بضربِ نسبةِ الضريبةِ في المبلغِ:

قيمةُ الضريبةِ $\frac{16}{100} \times$ JD 300 = JD 48

الْخُطْوَةُ 2 أجمعُ قيمةَ الضريبةِ إلى قيمةِ الاشتراكِ لأَجِدَ المبلغَ الكلّيَّ:

المبلغُ الكليُّ يساوي الاشتراكَ مضافًا إليهِ الضريبةُ JD 300 + JD 48 = JD 348

الْخُطْوَةُ 3 أَجِدُ المبلغَ المستحَقَّ شهريًّا:

أقسمُ المبلغَ الكلّيَّ على 12 (عددِ أشهرِ السنةِ) JD 348 ÷ 12 = JD 29

إذنْ، مبلغُ الاشتراكِ الشهريِّ الّذي ستدفعُهُ ليلى JD 29.

أتذكر

يُمكنُ كتابةُ النسبةِ المئويةِ بالصورةِ العشريةِ، مثلًا: 5% = 0.05 ، أوِ الكسريةِ $4\% = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$

أتحققُ من فهمي:

اشترى عليٌّ إطاراتٍ لسيّارتِهِ بمبلغِ JD 205، ما المبلغُ الّذي سيدفعُهُ عليٌّ ثمنًا للإطاراتِ علمًا أنَّ نسبةَ الضريبةِ 10%؟

يُمكنُنا استخدامُ النسبةِ المئويةِ في تحديدِ سعرِ سلعةٍ بعدَ الخصمِ.

مثال 3

أعلنَ مَتجرٌ عَنْ خصمٍ نسبتُهُ 20% على محتوياتِ المحلِّ جميعِها، ما سعرُ سلعةٍ بعدَ الخصمِ إذا كانَ سعرُها الأصليُّ JD 85؟

أتعلم

السعرُ بعدَ الخصمِ: sale price(SP)
السعرُ الأصليُّ: marked price(MP)
مقدارُ الخصمِ: discount(D)

الخُطْوَةُ 1 أَجِدُ مقدارَ الخصمِ بضرْبِ نسبةِ الخصمِ في سعرِ السلعةِ:

مقدارُ الخصمِ (D)

$$\frac{20}{100} \times \text{JD } 85 = \text{JD } 17$$

الخُطْوَةُ 2 أَجِدُ السعرَ بعدَ الخصمِ:

$$SP = MP - D$$

$$\text{JD } 85 - \text{JD } 17 = \text{JD } 68$$

إذنْ، سعرُ السلعةِ بعدَ الخصمِ JD 68.

أتحققُ من فهمي:

ترغبُ مريمُ في شراءِ مِكنَسةٍ كهربائيةٍ ثمنُها JD 90، إذا كانَتْ نسبةُ الخصمِ على المِكنَسةِ 15%، ما المبلغُ الّذي ستدفعُهُ مريمُ ثمنًا للمِكنَسةِ؟

سعرُ الصرفِ (exchange rate) للعُملةِ A بالعُملةِ B هُوَ قيمةُ وحدةٍ مِنَ العُملةِ A بالعُملةِ B. فمثلًا USD 1 = JD 0.705، وَكذلكَ JD 1 = USD 1.41.

لِكَيْ أحوّلَ مِنْ العُملةِ A إلى العُملةِ B أستخدمُ المعادلةَ $y = k \times x$

أتذكر

JD: دينارٌ أردنيٌّ
USD: دولارٌ أمريكيٌّ
SAR: ريالٌ سعوديٌّ

المبلغُ بالعملةِ B
المبلغُ بالعملةِ A

$$y = k \times x$$

سعرُ صرفِ العملةِ A بالعملةِ B

يُستخدَمُ سعرُ الصرفِ للتحويلِ بينَ العُملاتِ والمقارنةِ بينَ أسعارِ السِّلَعِ في دُوَلٍ مختلفةٍ.

مثال 4

سعرُ حاسوبٍ محمولٍ في الأردنِّ **JD 500** ، وسعرُهُ في أمريكا **USD 648.6**، وسعرُهُ في المملكةِ المتحدةِ **£ 504**، أحددُ أيُّ الأسعارِ أفضلُ لشخصٍ يريدُ شراءَ جهازِ حاسوبٍ مِنْ هذا النوعِ، إذا علمْتُ أنَّ سعرَ صرفِ الدولارِ الأمريكيِّ بالدينارِ الأردنيِّ **0.71**، والجنيهِ الاسترلينيِّ بالدينارِ الأردنيِّ **0.99** (أُقرّبُ الإجابةَ لأقربِ عددٍ صحيحٍ).

لأتمكنَ مِنَ المقارنةِ أُحوّلُ سعرَ الحاسوبِ مِنَ العُملاتِ الأُخرى إلى الدينارِ الأردنيِّ باستعمالِ المعادلةِ: $y = k \times x$

أُحوّلُ سعرَ الحاسوبِ مِنَ الدولارِ الأمريكيِّ إلى الدينارِ الأردنيِّ JD 648.6 × 0.71 ≈ JD 461

أُحوّلُ سعرَ الحاسوبِ مِنَ الجنيهِ الاسترلينيِّ إلى الدينارِ الأردنيِّ JD 504 × 0.99 ≈ JD 499

ألاحظُ أنَّ أقلَّ سعرٍ هُوَ JD 461 ، أيْ USD 648.6.

أتحققُ من فهمي:

زارَ سائحٌ سعوديٌّ مدينةَ البترا الأثريةَ، واشترى أشياءَ تراثيةً مِنَ البيئةِ الأردنيةِ بقيمةِ JD 200، كَمْ ريالًا سعوديًّا دفعَ السائحُ علمًا أنَّ سعرَ صرفِ الدينارِ الأردنيِّ مقابلَ الريالِ السعوديِّ 5.29؟

أتدربُ وأحلُّ المسائلَ

1 **زراعةٌ:** قطفَ مزارعٌ 82 صندوقًا مِنَ التفاحِ مِنْ بستانِهِ، ودفعَ JD 106 أجرةَ عُمّالٍ ونقلٍ. إذا تلفَ صندوقانَ أثناءَ النقلِ وباعَ الباقيَ بسعرِ JD 3 للصندوقِ الواحدِ، أَجِدُ صافيَ ربحِ المزارعِ مِنْ بيعِ التفاحِ.

2 **هاتفٌ:** إذا كانَ سعرُ الشحنِ الشهريِّ لهاتفِ سماحَ JD 8 يضافُ إليْهِ 15% ضريبةً، أَجِدُ المبلغَ السنويَّ الّذي تدفعُهُ سماحُ.

3 **سيارةٌ:** اشترى تاجرٌ سيّارةً بمبلغِ JD 14000، ودفعَ JD 150 مقابلَ تسجيلٍ ونقلِ ملكيةٍ، وباعَها بمبلغِ JD 15848. أَجِدُ ربحَ التاجرِ في هذهِ السيارةِ، وَأتحققُ مِنْ صحةِ الحلِّ.

4 **مكنسةٌ:** سعرُ مِكنسةٍ كهربائيةٍ في الأردنِّ JD 50 ، وسعرُها في اليابانِ 7045 ينًّا يابانيًّا، وسعرُها في اليونانِ 64 يورو، أَجِدُ أيُّ الأسعارِ أفضلُ لشخصٍ يريدُ شراءَ مِكنَسةٍ مِنْ هذا النوعِ، إذا علمْتُ أنَّ سعرَ صرفِ اليَنِّ اليابانيِّ بالدينارِ الأردنيِّ 0.0068، وَاليورو بالدينارِ الأردنيِّ 0.84 (أُقرّبُ الإجابةَ لأقربِ عددٍ صحيحٍ).

معلومة

تُسمّى عملةُ اليابانِ الينَّ، وَيُرمزُ لَها بالرمزِ (¥).

5 صُرِفَ JD 200 بِـ 86 دينارًا كويتيًّا، أَجِدُ كَمْ دينارًا كويتيًّا قيمةُ JD 1450؟

6 استوردَ تاجرٌ أردنيٌّ بضاعةً مِنَ الصينِ بقيمةِ 89700 يوانٍ صينيٍّ ودفعَ 5382 يوانًا أجرة شحنٍ، ثمَّ باعَها بمبلغِ JD 12720، أَجِدُ ربحَ التاجرِ (سعرُ صرفِ اليوانِ الصينيِّ بالدينارِ الأردنيِّ 0.10).

7 **عُطورٌ:** أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ وَأحددُ أفضلَ سعرٍ لعلبةِ العطرِ.

معلومة

تختلفُ رائحةُ العِطرِ مِنْ شخصٍ إلى آخرَ؛ لِاختلافِ نِسَبِ المُركَّباتِ الكيميائيةِ المكوِّنةِ لِلجلدِ مِنْ شخصٍ لِآخرَ.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

8 **أكتشفُ المختلفَ:** القيمةُ الأولى في كلِّ زوجٍ ممّا يأتي هِيَ سعرُ البيعِ الأصليُّ لسلعةٍ، والقيمةُ الثانيةُ هِيَ سعرُ بيعِها بعدَ التنزيلاتِ. أحددُ الزوجَ الّذي نسبةُ التنزيلاتِ فيهِ مختلفةٌ عَنْ باقي الأزواجِ، وأبرّرُ إجابتي.

JD 48, JD 36

JD 30, JD 25

JD 28, JD 21

JD 16, JD 12

تبريرٌ: معطفٌ ثمنُهُ JD 25 وَفي موسمِ التنزيلاتِ خُفِّضَ بنسبةِ 20% مِنْ ثمنِهِ. أوجدَ كلٌّ مِنْ محمودٍ وَعليٍّ ثمنَ المعطفِ بعدَ التخفيضِ كَالآتي:

عليٌّ

$$\frac{80}{100} \times 25 = 20$$

ثمن المعطف JD 20

محمودٌ

$$\frac{20}{100} \times 25 = 5$$

$$25 - 5 = 20$$

ثمن المعطف JD 20

9 ما الفرقُ بينَ طريقةِ عليٍّ وَطريقةِ محمودٍ في إيجادِ ثمنِ المعطفِ؟ هلْ طريقةُ كلٍّ منهُما صحيحةٌ؟

10 هل يمكنُ استخدامُ طريقةِ عليٍّ لِإيجادِ ثمنِ أيِّ سلعةٍ بعدَ الخصمِ؟ أبرّرُ إجابتي.

11 **أكتبُ** كيفَ أحددُ الربحَ أَوِ الخسارةَ في عملياتِ البيعِ والشراءِ؟

اختبارُ الوحدةِ

أختارُ رمزَ الإجابةِ الصحيحةِ لكلٍّ ممّا يأتي:

1 قرأ عمادٌ $\frac{3}{8}$ صفحةٍ في $\frac{1}{3}$ دقيقةٍ. أَجِدُ معدَّلَ الوحدةِ لقراءةِ عمادٍ بالصفحةِ لكلِّ دقيقةٍ.

a) $\frac{4}{11}$ **b)** $\frac{9}{8}$ **c)** $\frac{1}{8}$ **d)** $\frac{8}{9}$

2 تنمو نبتةٌ بمعدَّلِ 0.5 cm في اليومِ الواحدِ، أَجِدُ كَمْ يومًا تحتاجُ لتنمُوَ بمقدارِ 10 cm:

a) 5 **b)** 10 **c)** 20 **d)** 24

3 أحلُّ التناسُبَ $\frac{x}{8} = \frac{9}{12}$:

a) $10\frac{2}{3}$ **b)** $13\frac{1}{2}$

c) 7 **d)** 6

4 أحددُ أيَّ الآتيةِ يشكّلُ تناسبًا:

a) $\frac{3.5}{14}, \frac{2}{8}$ **b)** $\frac{18}{10}, \frac{5.1}{3}$

c) $\frac{9}{3.6}, \frac{10}{4.2}$ **d)** $\frac{7}{16}, \frac{3}{7}$

5 تستهلكُ شاحنةٌ 80 L مِنَ الدّيزلِ لقطعِ مسافةِ 280 km، كَمِ المسافةُ بالكيلومترِ الّتي تقطعُها بِخزّانٍ ممتلئٍ سعتُهُ 100 L؟

a) 300 **b)** 320 **c)** 350 **d)** 380

6 تحتاجُ مروةُ 210 g مِنَ السّمنِ لعملِ 12 قطعةً مِنَ البسكويتِ، أَجِدُ كَمْ غرامًا تحتاجُ لعملِ 18 قطعةً مِنَ البسكويتِ نفسِهِ.

a) 140 **b)** 250 **c)** 300 **d)** 315

7 يُمكنُ لستةِ أشخاصٍ أنْ يقطِفوا ثمارَ كَرْمِ عنبٍ في 10 أيامٍ. أَجِدُ عددَ الأشخاصِ الّذينَ يمكنُهُمْ قطفُ ثمارِ الكَرْمِ في 12 يومًا.

a) 7 **b)** 5 **c)** 4 **d)** 8

8 يتّسعُ رفٌّ لـِ 30 كتابًا سُمْكُ الواحدِ منها 2 cm، أَجِدُ كَمْ كتابًا سُمْكُ الواحدِ منها 5 cm يُمكنُ وضعُها في هذا الرفِّ؟

a) 12 **b)** 6 **c)** 15 **d)** 23

9 يقسّمُ معلّمٌ زمنَ حصتِهِ الصفيةِ للتدريسِ وحلِّ المسائلِ بنسبةِ 2:3. إذا كانَ زمنُ الحصةِ 45 دقيقةً، أَجِدُ زمنَ حلِّ المسائلِ بالدقيقةِ:

a) 9 **b)** 18 **c)** 27 **d)** 24

10 اشتركَ حمزةُ وَأخوهُ حسنٌ وَأختُهُ سارةُ في تجارةٍ. إذا كانَتْ أرباحُهُمْ في نهايةِ العامِ JD 12000 وَوُزّعَتِ الأرباحُ بالنسبةِ 5:2:3، أَجِدُ نصيبَ سارةَ بالدينارِ.

a) 1200 **b)** 2400

c) 3600 **d)** 6000

11 سعرُ حذاءٍ JD 25. إذا كانَتْ نسبةُ الخصمِ 26% فإنَّ سعرَ الحذاءِ بعدَ الخصمِ:

a) 18.5 **b)** 18

c) 17.5 **d)** 17

12 أكملُ الجدولَ الآتيَ الّذي يمثّلُ العلاقةَ بينَ طولِ ضلعِ المضلَّعِ الخماسيِّ المنتظمِ (x) ومحيطِهِ (y).

طولُ الضلعِ x	4	5	7	8
محيطُ الشكلِ y				

أمثّلُ العلاقةَ بيانيًّا، وأحددُ نوعَ التناسبِ، ثمَّ أَجِدُ معدَّلَ الوحدةِ مِنَ التمثيلِ البيانيِّ.

13 تتناسبُ كمّيةُ الصّلصالِ المستخدَمةُ في صنعِ التُّحفِ طرديًّا معَ مكعَّبِ ارتفاعِ التحفةِ. إذا استُخدِمَ 500 cm^3 مِنَ الصّلصالِ في صنعِ تحفةٍ ارتفاعُها 10 cm، أَجِدُ كمّيةَ الصّلصالِ اللازمةَ لعملِ تحفةٍ مماثلةٍ ارتفاعُها مثلَي ارتفاعِ التحفةِ الأولى.

14 يُمكنُ لمصعدٍ أنْ يحملَ 9 أشخاصٍ بأمانٍ بكُتَلٍ وسطُها الحسابيُّ 72 kg . أَجِدُ كَمْ شخصًا بكُتَلٍ وسطُها الحسابيُّ 81 kg يمكنُ أنْ يحملَهُمُ المصعدُ بأمانٍ.

15 أعدَّتْ سهامُ خليطًا مِنَ العصيرِ الطبيعيِّ مكوَّنًا مِنَ البرتقالِ والجزرِ والموزِ بالنسبةِ 10:4:1. إذا كانَ لدى سهامَ 2.5 L فقطْ مِنَ البرتقالِ، أَجِدُ الكمّيةَ المطلوبةَ مِنَ المكوِّنَينِ الآخَرَينِ لعملِ الخليطِ.

16 يريدُ سعيدٌ شراءَ حقيبةِ سَفَرٍ سعرُها الأصليُّ 40 JD. يوجَدُ عرضانِ مِنَ التنزيلاتِ؛ الأولُ: خصمُ 6 JD على المشترياتِ الّتي تزيدُ عَنْ 30 JD، وَالثاني: خصمُ 20% على أيّةِ مشترَياتٍ. أيُّ العرضَينِ أفضلُ؟

تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوليّةِ

17 قطعَ سائقُ درّاجةٍ هوائيةٍ 1800 m في 5 دقائقَ. أَجِدُ معدَّلَ سرعتِهِ بالمترِ لكلِّ ثانيةٍ.

a) 30 **b)** 6

c) 72 **d)** 360

18 يوجَدُ 100 سُعرٍ حراريٍّ في 250 mL مِنْ مشروبِ مياهٍ غازيّةٍ، أَجِدُ عددَ السُّعراتِ الحراريةِ في 200 mL مِنْ هذا المشروبِ.

a) 50 **b)** 125

c) 20 **d)** 80

19 في موسمِ التنزيلاتِ انخفضَ سعرُ جهازِ حاسوبٍ بمقدارِ 20%. إذا كانَ سعرُهُ قبلَ التنزيلاتِ 800 JD، فَأَجِدُ سعرَهُ بالدينارِ بعدَ التنزيلاتِ.

a) 780 **b)** 700

c) 640 **d)** 160

20 حديقةٌ منزليةٌ مساحتُها 84 m^2، يزرعُ صاحبُها 2 m^2 بالوردِ مقابلَ كلِّ 5 m^2 مزروعةً بالأشجارِ. أَجِدُ مساحةَ الأرضِ المزروعةِ وردًا. أبيّنُ خطواتِ الحلِّ.

الوحدةُ 6

التطابقُ وَالتشابهُ

ما أهميَّةُ هذهِ الوحدةِ؟

لِتشابُهِ الأشكالِ الهندسيةِ وَتطابقِها أهميةٌ كبيرةٌ في حياتِنا، فَهِيَ تُستعمَلُ في كثيرٍ مِنَ الْمَجالاتِ؛ مثلِ تحديدِ المسافاتِ بينَ المدنِ على الخريطةِ ومعرفةِ ارتفاعاتِ المباني، وَتصميمِ نماذجَ فنّيةٍ مكبَّرةٍ مثلِ المِبخَرةِ الجميلةِ المقامةِ عندَ مدخلِ مدينةِ سحابَ.

تعلَّمتُ سابِقًا:

- ✓ حلَّ مسائلَ بِاستخدامِ مفهومِ التناسُبِ.
- ✓ مجموعَ قياساتِ الزوايا الداخليةِ للمثلثِ والمضلعِ.
- ✓ رسمَ انسحابٍ وَدورانٍ وَانعكاسٍ لِشكلٍ في المستوى الإحداثيِّ.

سأتعلَّمُ في هذهِ الوحدةِ:

- العلاقةَ بينَ الأضلاعِ وَالزوايا المتناظِرةِ في شكلَينِ متشابهَينِ.
- العلاقةَ بينَ الأضلاعِ وَالزوايا المتناظِرةِ في شكلَينِ متطابقَينِ.
- حلَّ مسائلَ بِاستعمالِ مقياسِ الرسمِ.
- رسمَ شكلٍ هندسيٍّ تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ.

مشروعُ الوحدةِ: نموذجُ قصرِ الحرّانةِ

أستعدُّ وَزملائي لتنفيذِ مشروعِنا الخاصِّ الَّذي سنُوظِّفُ فيهِ ما نتعلمُهُ في هذهِ الوَحدةِ حولَ الأشكالِ الهندسيةِ وَتطابقِها وَتشابهِها، ومقياسِ النموذجِ في تصميمِ نموذجٍ لِقصرِ الحرّانةِ.

خطواتُ تنفيذِ المشروعِ:

1. أبحثُ في الإنترنت عَنْ أبعادِ قصرِ الحرّانةِ، وَعَنْ صُوَرٍ لَهُ مِنَ الداخلِ وَالخارجِ.

2. أجهّزُ الأدواتِ وَالموادَّ اللازمةَ لِصنعِ النموذجِ، مستغلًّا -قدرَ الإمكانِ- الموادَّ المتوافرةَ في البيئةِ مِنْ حولي.
3. أختارُ مقياسَ نموذجٍ مناسبًا، وَأستعملُهُ لِتحديدِ أبعادِ القصرِ في النموذجِ.
4. أحدّدُ بعضَ الأشكالِ الهندسيةِ المتطابقةِ في القصرِ الحقيقيِّ.
5. أحدّدُ بعضَ الأشكالِ الهندسيةِ المتشابهةِ في القصرِ الحقيقيِّ.

عرضُ النتائجِ:

أصمّمُ مطويةً مبتكَرةً وَأكتبُ فيها:

- خطواتِ عملِ المشروعِ وَالنتائجَ الّتي توصلْتُ إليها.
- الموادَّ الّتي استعملْتُها في تصميمِ النموذجِ، وَمدى استفادتي مِنَ الموادِّ في البيئةِ مِنْ حولي.
- معلومةً جديدةً عرفْتُها في أثناءِ العملِ على المشروعِ وَمقترَحًا لِتوسعةِ المشروعِ.
- بعضَ الصعوباتِ الّتي واجهَتْني في أثناءِ العملِ على المشروعِ، وَكيفَ تغلّبْتُ عليها.
- أعرضُ المطويةَ والنموذجَ أمامَ زملائي في الصفِّ، وأخبرُهُمْ بأبعادِ النموذجِ.

الدرسُ 1 التطابقُ

فكرةُ الدرسِ

أميزُ المضلَّعاتِ المتطابقةَ، وَأحلُّ مسائلَ تعتمدُ على مفهومِ التطابقِ.

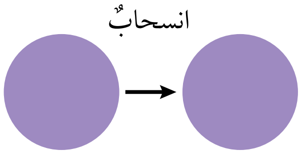
المصطلحاتُ

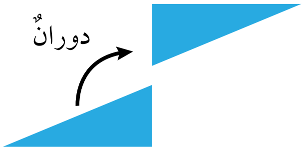
الأضلاعُ المتناظِرةُ، الزوايا المتناظِرةُ، مضلَّعاتٌ متطابقةٌ.

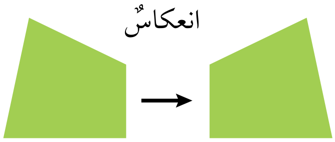
أستكشفُ

التنغرامُ لعبةٌ صينيةٌ عُمُرُها 1000 سنةٍ، تحتوي مجموعةً مِنَ الأشكالِ بِمقاساتٍ ثابتةٍ تُجَمَّعُ معًا لِتشكيلِ شكلٍ معيّنٍ. أيُّ الأشكالِ الهندسيةِ في اللعبةِ لَها الشكلُ وَالقياسُ نفسُهما؟

درسْتُ سابقًا أنَّ الشكلَ الأصليَّ وَصورتَهُ تحتَ تأثيرِ التحويلاتِ الهندسيةِ (الدّورانِ، والانعكاسِ، والانسحابِ) لهما الشكلُ وَالمقاسُ نفسُهما، إذنْ، فَهُما متطابقانِ، وَمِنْ ثمَّ، يمكنُنا التحققُ مِنْ تطابقِ شكلَينِ بِإجراءِ انسحابٍ، أَوْ دَورانٍ، أَوِ انعكاسٍ لِأحدِهِما وَالتأكدِ مِنِ انطباقِهِ على الشكلِ الآخَرِ تمامًا.







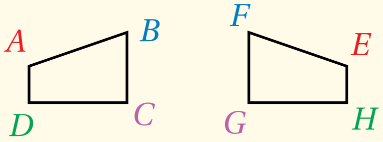
المضلعاتُ المتطابقةُ (congruent polygons) مضلعاتٌ أجزاؤُها المتقابلةُ متطابقةٌ، فَالأضلاعُ المتقابلةُ تُسمّى **الأضلاعَ المتناظِرةَ** (corresponding sides)، وَالزوايا المتقابلةُ تُسمّى **الزوايا المتناظِرةَ** (corresponding angles).

ويُستعمَلُ الرمزُ ($\cong$) للدلالةِ على أنَّ الشكلَينِ متطابقانِ.

مفهومٌ أساسيٌّ — المضلعاتُ المتطابقةُ

- **بالكلماتِ** يكونُ المضلعانِ متطابقَينِ إذا كانَتِ الأضلاعُ المتناظِرةُ متطابقةً وَالزوايا المتناظِرةُ متطابقةً.

- **بِالرّموزِ** إذا كانَ $ABCD \cong EFGH$ فإنَّ:



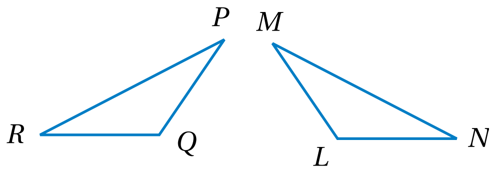
الزوايا المتطابقةُ: $\angle A \cong \angle E$, $\angle B \cong \angle F$, $\angle C \cong \angle G$, $\angle D \cong \angle H$

وَالأضلاعَ المتطابقةَ: $\overline{AB} \cong \overline{EF}$, $\overline{BC} \cong \overline{FG}$, $\overline{CD} \cong \overline{GH}$, $\overline{DA} \cong \overline{HE}$

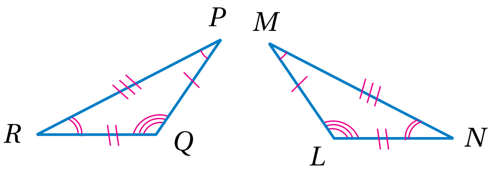
مثال 1

أكتبُ جُملَ التطابقِ لِكلٍّ مِنْ أزواجِ المضلعاتِ المتطابقةِ الآتيةِ:

1



الْخُطْـوَةُ 1 أستخدمُ عددًا متساويًا مِنَ الأقواسِ لِلدلالةِ على الزوايا المتناظرةِ المتطابقـةِ، وَعددًا متسـاويًا مِنَ الخطوطِ الصغيرةِ لِلدلالةِ على الأضلاعِ المتناظرةِ المتطابقة.



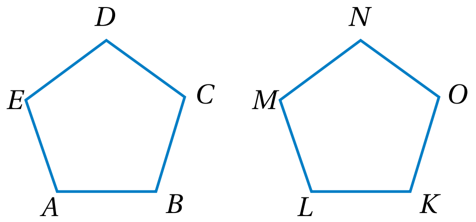
الْخُطْـوَةُ 2 أكتبُ جُمَلَ التطابقِ:

الزوايا المتناظرةُ: $\angle M \cong \angle P\,,\ \angle L \cong \angle Q\,,\ \angle N \cong \angle R$

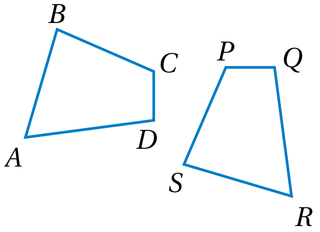
الأضلاعُ المتناظرةُ: $\overline{ML} \cong \overline{PQ}\,,\ \overline{LN} \cong \overline{QR}\,,\ \overline{MN} \cong \overline{PR}$

أتحققُ من فهمي:

2



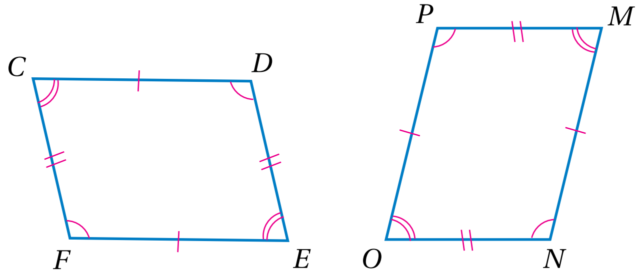
3



يُمكنُني استخدامُ خواصِّ تطابقِ المضلعاتِ لِإيجادِ قياساتِ زوايا وَأضلاعٍ مجهولةٍ.

مثال 2

في الشـكلِ المجـاورِ إذا كانَ $FCDE \cong NOPM$، وَكانَ $m\angle P = 104°$ ، $CD = 7\text{ cm}$ ، فَأَجِدُ:



1 قياسَ $\angle D$.

بما أنَّ $\angle D$ وَ $\angle P$ متناظرتانِ فـي مضلعَينِ متطابقَينِ، إذنْ، فَهُما متطابقتانِ. وَمنهُ $m\angle D = 104°$

② طولَ $\overline{OP}$.

بِما أنَّ $\overline{OP}$ وَ $\overline{CD}$ متناظرانِ في مضلعَينِ متطابقَينِ، إذنْ، فَهُما متطابقانِ.

وَمنهُ $OP = 7\text{ cm}$

أتذكر

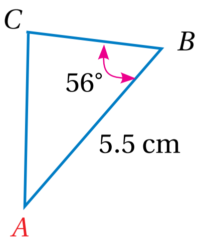
الرمزُ OP يعني طولَ القطعةِ المستقيمةِ $\overline{OP}$

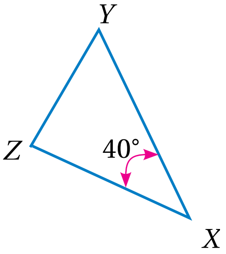
أتحققُ من فهمي:

في الشكلِ المجاورِ $\Delta ABC \cong \Delta XYZ$، أَجِدُ:

③ قياسَ $\angle A$

④ طولَ $\overline{XY}$

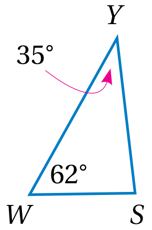


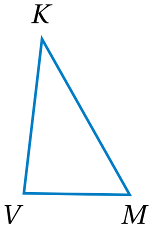


يمكنُ استعمالُ مجموعِ قياساتِ زوايا المضلعِ في إيجادِ زوايا مجهولةٍ.

مثال 3

① **في الشكلِ المجاورِ $\Delta WYS \cong \Delta MKV$ ، أَجِدُ $m\angle V$.**





الخُطْوَةُ 1 أَجِدُ قياسَ الزاويةِ $m\angle S$

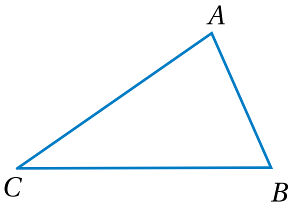
مجموعُ قياساتِ زوايا المثلثِ	$m\angle Y + m\angle W + m\angle S = 180^\circ$
أعوّضُ $m\angle W= 62^\circ$ وَ $m\angle Y= 35^\circ$	$35^\circ + 62^\circ + m\angle S = 180^\circ$
أجمعُ	$97^\circ + m\angle S = 180^\circ$
أطرحُ 97° مِنَ الطرفَينِ	$m\angle S = 83^\circ$

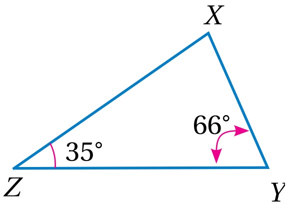
الخُطْوَةُ 2 أستخدمُ خواصَّ المثلثاتِ المتطابقةِ.

بِما أنَّ $\angle V$ وَ $\angle S$ متناظرتانِ في مضلعَينِ متطابقَينِ، إذنْ، فَهُما متطابقتانِ، وَمِنْهُ $m\angle V = 83^\circ$

أتحققُ من فهمي:

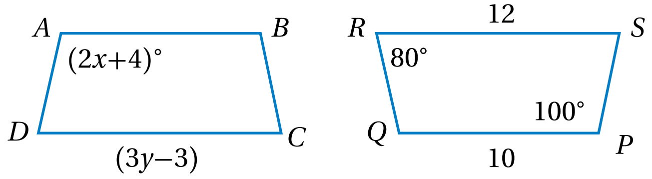
② **في الشكلِ المجاورِ $\Delta CAB \cong \Delta ZXY$ ، أَجِدُ $m\angle A$.**





يمكنُ استعمالُ المعادلاتِ في إيجادِ قياساتِ زوايا وَأضلاعٍ مجهولةٍ في المضلعاتِ المتطابقةِ.

مثال 4



في الشكلِ المجاورِ $ABCD \cong PQRS$،

أَجِدُ:

① قيمةَ المتغيرِ x .

بما أنَّ $\angle A, \angle P$ متناظرتانِ في شكلَينِ متطابقَينِ، إذنْ، $(2x+4)°$ تساوي $100°$

أكتبُ المعادلةَ $2x + 4 = 100$

أطرحُ 4 مِنَ الطرفَينِ $-4 \quad -4$

$2x = 96$

أقسمُ على 2 $\div 2 \quad \div 2$

أجدُ الناتجَ $x = 48$

إذنْ، قيمةُ x تساوي 48

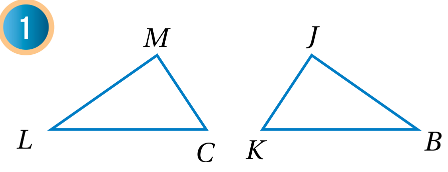
أتحققُ من فهمي:

② قيمةَ المتغيرِ y

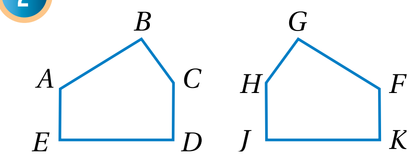
أتدربُ وأحلُّ المسائلَ

أكتبُ جُمَلَ التطابقِ لِكلٍّ مِنْ أزواجِ المضلعاتِ المتطابقةِ الآتيةِ:

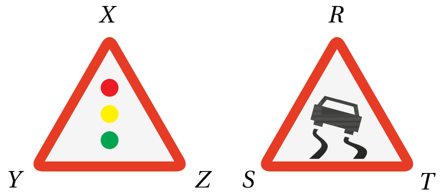
①



②



إشاراتُ مرورٍ: يبيّنُ الشكلُ المجاورُ إشارتَيْ مرورٍ متطابقتَينِ، إذا كانَ $m\angle Y = 60°$، وَ $ZX = 55$ cm ، فَأَجِدُ:



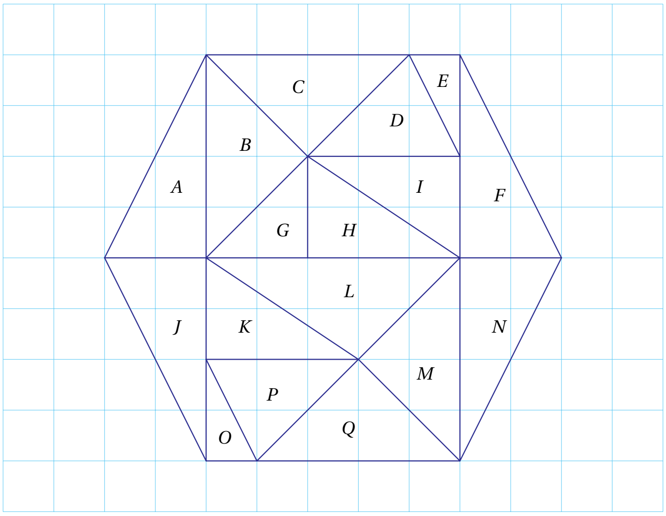
③ قياسَ $\angle S$

④ طولَ $\overline{TR}$

أتذكرُ

المضلَّعُ المنتظمُ هُوَ مضلعٌ لِجميعِ أضلاعِهِ الطولُ نفسُهُ، وَلِزواياهُ الداخليةِ القياسُ نفسُهُ.

يبيّنُ الشكلُ الآتي مضلعًا سداسيًّا منتظمًا مقسَّمًا إلى 17 مثلثًا:



5 أحدّدُ المثلثاتِ جميعَها المتطابقةَ معَ المثلثِ C .

6 أيُّ المثلثاتِ يتطابقُ معَ المثلثِ D؟

7 أيُّ المثلثاتِ يطابقُ المثلثَ H؟

في الشكلِ الآتي $\Delta ABC \cong \Delta NML$ ؛ أَجِدُ:

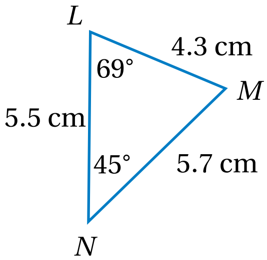
أتذكرُ

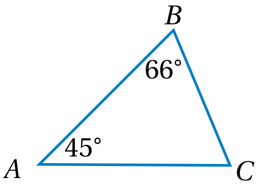
مجموعُ قياساتِ زوايا المثلثِ يساوي 180°

8 قياسَ $\angle M$

9 طولَ $\overline{BC}$

10 طولَ $\overline{AB}$



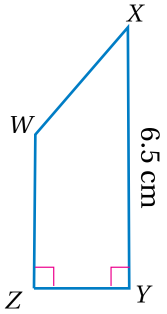


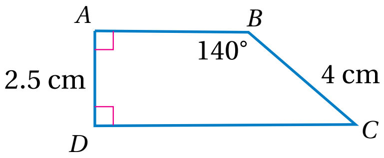
في الشكلِ الآتي إذا كان $ABCD \cong ZWXY$ ، فَأَجِدُ:

11 طولَ $\overline{WX}$

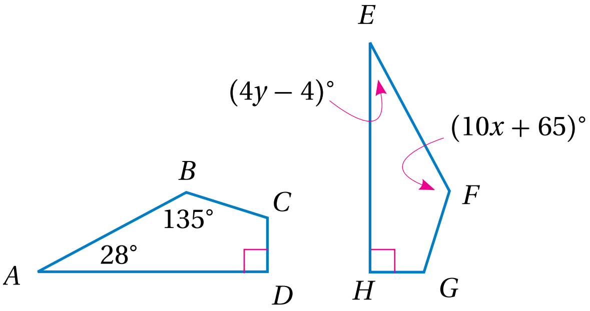
12 قياسَ $\angle W$

13 قياسَ $\angle X$



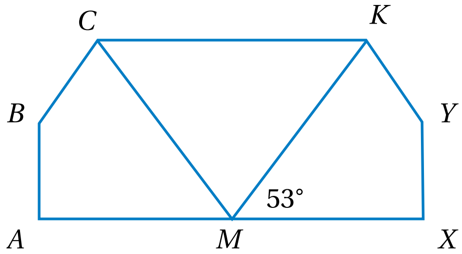


14 في الشكلِ الآتي إذا كانَ $ABCD \cong EFGH$ ، فأَجِدُ قيمةَ كلٍّ مِنَ المتغيِّرَينِ x وَ y:



مهاراتُ التفكيرِ العُليا

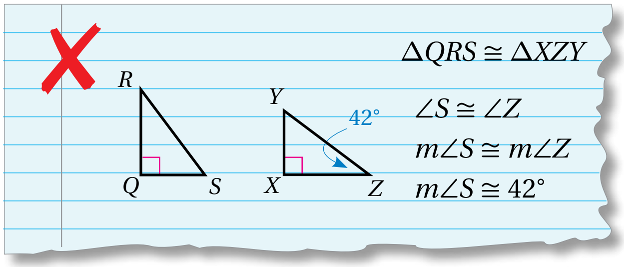
15 **تبريرٌ:** في الشكلِ الآتي إذا كانَ $ABCM \cong XYKM$ ، فَأَجِدُ $m\angle KMC$ مبررًا إجابتي.



أتذكر

مجموعُ قياساتِ الزوايا المتجاورةِ على مستقيمٍ يساوي 180°

16 **أكتشفُ الخطأَ:** أحدّدُ الخطأَ في الحلِّ الآتي، وَأصححُهُ:



$\Delta QRS \cong \Delta XZY$

$\angle S \cong \angle Z$

$m\angle S \cong m\angle Z$

$m\angle S \cong 42°$

17 **تحدٍّ:** في ما يلي وصفٌ للمثلثَينِ ΔABC وَ ΔZXW قائمَيِ الزاوية:

ΔZXW	ΔABC
طولُ الوترِ 10 cm وَقياسا زاويتَينِ فيهِ 25° وَ 65°	طولُ الوترِ 10 cm، وَطولُ أحدِ أضلاعِهِ 6 cm

أحدّدُ ما إذا كانَ المثلثانِ ΔABC وَ ΔZXW متطابقَينِ، مبررًا إجابتي.

إرشاد

عندَ البحثِ في تطابقِ مثلثَينِ يُمكننا رسمُهُما أولًا.

18 **أكتبُ** كيفَ أحدّدُ ما إذا كانَ مضلعانِ متطابقَينِ أَمْ لا؟

الدرسُ 2 مقياسُ الرسمِ

فكرةُ الدرسِ

أحلُّ مسائلَ مستعملًا مقياسَ الرسمِ.

المصطلحاتُ

مقياسُ الرسمِ، مقياسُ النموذجِ، عاملُ المقياسِ.

أستكشفُ

إذا كانَ طولُ ملعبِ مدرسةِ فراسٍ 12 m، وَعَرضُهُ 9 m، وَأرادَ رسمَ الملعبِ بِحيثُ يقابلُ كلُّ 1 cm على الرسمِ 3 m في الحقيقةِ، فَما أبعادُ الملعبِ على الرَّسمِ؟

يُستعمَلُ **مقياسُ الرسمِ** (scale drawing) لِرسمِ أشكالٍ ثنائيةِ الأبعادِ بِشكلٍ مشابهٍ لِلشكلِ الأصليِّ بِمقاسٍ أكبرَ أَوْ أصغرَ.

يمثّلُ مقياسُ الرسمِ أَوْ مقياسُ النموذجِ نسبةً تقارنُ بينَ قياساتِ الرسمِ أَوِ النموذجِ وَقياساتِ الأشياءِ الحقيقيةِ، فَقياساتُ الرسمِ أَوِ النموذجِ تتناسبُ مَعَ القياساتِ الحقيقيةِ.

مثال 1

يُستعمَلُ ما يقاربُ 700000 زهرةٍ لِتشكيلِ سجادةٍ مستطيلةِ الشكلِ في بلجيكا مرةً كلَّ عامَينِ، وَقبلَ صُنعِ السجادةِ يُعِدُّ المصمِّمونَ مقياسَ رسمٍ لِلسجادةِ. إذا كانَ عَرضُ السجادةِ الحقيقيُّ 40 m وَعرضُها على الرسمِ 20 cm، فَأَجِدُ مقياسَ الرسمِ.

لِإيجادِ مقياسِ الرسمِ أَجِدُ النسبةَ بينَ الطولِ على الرسمِ وَالطولِ الحقيقيِّ، ثمَّ أبسّطُ النسبةَ بحيثُ يصبحُ البسطُ يساوي 1:

$$\begin{array}{c} 20\text{ cm} \leftarrow \text{في الرسمِ} \\ \hline 40\text{ m} \leftarrow \text{في الحقيقةِ} \end{array}$$

أقسمُ على 20
$$\frac{\overset{1}{\cancel{20}}\text{ cm}}{\underset{2}{\cancel{40}}\text{ m}}$$

أبسّطُ
$$\frac{1\text{ cm}}{2\text{ m}}$$

إذنْ، مقياسُ الرسمِ هُوَ 1 cm : 2 m

أتحققُ من فهمي:

إذا كانَ الطولُ الحقيقيُّ لِقطعةِ أرضٍ 15 m، وَطولُها على الرسمِ 30 cm، أَجِدُ مقياسَ الرسمِ.

يمكنُ استعمالُ مقياسِ الرسمِ لِإيجادِ المسافةِ الفعليةِ بينَ منطقتَينِ بِاستعمالِ الخريطةِ.

مثال 2

تَظهرُ في الشَّكلِ المُجاورِ خَريطةُ المملكةِ الأردنيةِ الهاشميةِ:

مقياسُ الرسمِ:
1 cm : 100 km

① **أَجِدُ المسافةَ الحقيقيةَ بينَ عمّانَ وَالعقبةِ.**

الْخُطْـوَةُ 1 أستعملُ مسطرةَ السنتيمتراتِ لِإيجادِ المسافةِ بينَ عمّانَ وَالعقبةِ على الخريطةِ، وَالّتي تبلغُ 3.3 cm تقريبًا.

الْخُطْـوَةُ 2 أفترضُ أنَّ المسافةَ الحقيقيةَ بينَ عمّانَ وَالعقبةِ تساوي x، ثمّ أكتبُ تناسُبًا مستعمِلًا مقياسَ الرسمِ.

الطولُ المقياسُ

على الخريطةِ ← 3.3 cm ، 1 cm → على الخريطةِ

المسافةُ الحقيقيةُ ← x ، 100 km → المسافةُ الحقيقيةُ

$$\frac{1\text{ cm}}{100\text{ km}} = \frac{3.3\text{ cm}}{x}$$

خاصّيةُ الضربِ التبادليِّ $1 \times x = 100 \times 3.3$

أبسّطُ $x = 330$

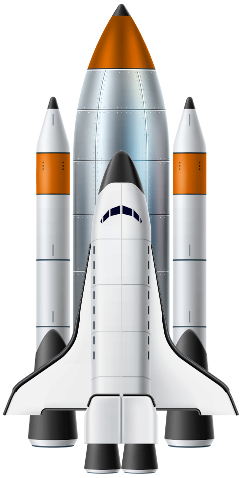
إذنْ، المسافةُ الحقيقيةُ بينَ عمّانَ وَالعقبةِ تساوي 330 km تقريبًا.

أتحققُ من فهمي:

أَجِدُ المسافةَ الحقيقيةَ بينَ عمّانَ وَالرويشدِ.

يُستعمَلُ **مقياسُ النموذجِ** (scale model) لِتصميمِ نموذجٍ ثلاثيِّ الأبعادِ مشابِهٍ لِشيءٍ يُرادُ تكبيرُهُ أَوْ تصغيرُهُ.

مثال 3



يبيّنُ الشكلُ المجاورُ نموذجًا لِصاروخِ فضاءٍ استُعمِلَ لِتصميمِهِ مقياسُ النموذجِ 1 cm : 5 m

فإذا كانَ ارتفاعُ الصاروخِ 20 m ، فَأَجِدُ ارتفاعَ نموذجِ الصاروخِ.

أفترضُ أنَّ ارتفاعَ نموذجِ الصاروخِ يساوي x، ثمَّ أكتبُ تناسُبًا مستعمِلًا مقياسَ النموذجِ:

الطولُ المقياسُ

على النموذجِ $\longrightarrow$ $\dfrac{x\ \text{cm}}{20\ \text{m}} = \dfrac{1\ \text{cm}}{5\ \text{m}}$ $\longleftarrow$ على النموذجِ

في الحقيقةِ $\longrightarrow$ $\longleftarrow$ في الحقيقةِ

خاصّيةُ الضربِ التبادليِّ $5 \times x = 1 \times 20$

أبسّطُ $x = 4$

إذنْ، ارتفاعُ نموذجِ الصاروخِ 4 cm

أتحقّقُ من فهمي:

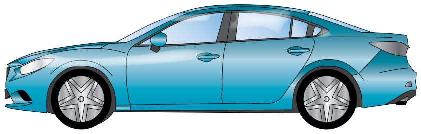
أَجِدُ طولَ جناحِ الصاروخِ إذا كانَ طولُ الجناحِ في النموذجِ 2 cm

يمكنُ كتابةُ مقياسِ الرسمِ أَوْ مقياسِ النموذجِ مِنْ دونِ وحداتٍ إذا كانَ للقياساتِ في الحقيقةِ وَفي الرسمِ الوحداتُ نفسُها، وَعندَئذٍ تُسمّى النسبةُ بينَهُما **عاملَ المقياسِ** (scale factor) .

مقياسٌ مَعَ وحداتٍ مقياسٌ مِنْ دونِ وحداتٍ

$$1\ \text{cm} : 2\ \text{m} \longrightarrow \frac{1\ \text{cm}}{2\ \text{m}} \longrightarrow \frac{1\ \cancel{\text{cm}}}{200\ \cancel{\text{cm}}} \longrightarrow 1 : 200$$

مثال 4



أَجِدُ عاملَ المقياسِ لِنموذجِ سيارةٍ إذا كانَ مقياسُ النموذجِ 1 cm : 0.5 m

أحوّلُ وِحدةَ m إلى cm $\dfrac{1\ \text{cm}}{0.5\ \text{m}} = \dfrac{1\ \cancel{\text{cm}}}{50\ \cancel{\text{cm}}}$

أختصرُ الوِحداتِ المشترَكةَ $= \dfrac{1}{50}$

إذنْ، عاملُ المقياسِ 1 : 50

أتحققُ من فهمي:

أستعملُ عاملَ المقياسِ في السؤالِ السابقِ لإيجادِ الطولِ الحقيقيِّ للسيارةِ إذا كانَ طولُها في النموذجِ 5 cm

أتدربُ وأحلُّ المسائلَ

1 صمّمَ هاني نموذجًا لِمبنى، إذا كانَ الارتفاعُ الحقيقيُّ لَهُ 7 m، وَارتفاعُهُ في النموذجِ 14 cm، فَأَجِدُ مقياسَ النموذجِ.

مقياسُ رسمٍ يمثّلُ كلُّ 1 cm فيهِ 8 m في الحقيقةِ، أَجِدُ المسافاتِ في الحقيقةِ الّتي تمثّلُها المسافاتُ الآتيةُ على الرسمِ:

2 7 cm

3 4.5 cm

4 25 cm

5 4 cm

6 **خريطةٌ:** أستعملُ الخريطةَ المجاورةَ لأجدَ المسافةَ بينَ مدينتَيْ عمّانَ وَالرياضِ. أستعملُ المسطرةَ لِلقياسِ.

مقياسُ الرسمِ:
1 cm : 750 km

أكتبُ عاملَ المقياسِ لِكلٍّ مِمّا يأتي:

7 1 cm على الخريطةِ تقابلُ 0.4 m في الحقيقةِ.

8 2 cm على الخريطةِ تقابلُ 2 m في الحقيقةِ.

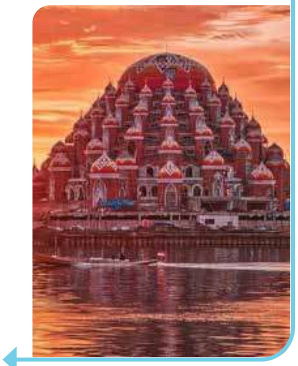
9 5 cm على الخريطةِ تقابلُ 25 m في الحقيقةِ.

10 **رياضةٌ:** ملعبٌ لِكرةِ السلّةِ في دوري المحترفينَ (NBA) طولُهُ 28 m وَعرضُهُ 15 m، أَجِدُ أبعادَ الملعبِ في الرسمِ إذا كانَ مقياسُ الرسمِ 1 cm : 4 m

11 **مسجدٌ:** صمّمَ مهندسٌ نموذجًا لِمسجدِ (الأسماءُ الحُسنى) بِمقياسِ نموذجِ 1 cm : 2 m ، إذا كانَ طولُ قطعةِ الأرضِ الّتي بُنِيَ عليها المسجدُ 72 m وَعرضُها 45 m، فَأَجِدُ أبعادَ قطعةِ الأرضِ في النموذجِ.

معلومة

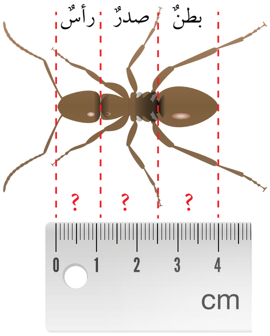
يقعُ مسجدُ (الأسماءُ الحُسنى) ذو الـ 99 قبةً على حافَةِ شاطئِ لوساكار في إندونيسيا، وَتمثّلُ قِبابُهُ عددَ أسماءِ اللهِ الحُسنى.



12 **نملةٌ:** يبيّنُ الشــكلُ المجاورُ رســمًا لِنملةِ النّجارِ، إذا كانَ مقياسُ رســمِ النملــةِ 1 cm : 2.5 mm ، أَجِدُ الطولَ الحقيقيَّ لِرأسِ النملةِ، وَصدرِها، وَبطنِها.

معلومة

تتواجدُ نملةُ النّجارِ في العديدِ مِنْ أنحاءِ العالَمِ، وَتفضّلُ لِبناءِ أعشاشِها الخشبَ الرطبَ غيرَ المستعملِ.



13 **شــريانٌ:** صُمِّــمَ نموذجٌ لِشــريانٍ بِمقياسِ رســمٍ 1 cm : 0.3 mm، إذا كانَ قُطْرُ الشريانِ الحقيقيُّ 2.7 mm، فَأَجِدُ قُطرَ الشريانِ في النموذجِ.

معلومة

الأَبْهَرُ (الوَتينُ) هُوَ الشريانُ الأكبرُ في جسمِ الإنسانِ، وَيقاربُ قُطرُهُ 2.5 cm

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

تبريرٌ: يبيّنُ الصندوقُ الآتي أربعةَ مُعامِلاتِ مقاييسَ مختلفةٍ:

1:10000000	1:10	1:10000	1:50

أختارُ مِنَ الصندوقِ عاملَ المقياسِ المناسبَ لِكلِّ ممّا يأتي مبررًا إجابتي:

14 خريطةِ العالَمِ

15 خريطةِ مدينةٍ

16 خريطةِ مدرسةٍ

17 نموذجِ بركانٍ

18 **تحدٍّ:** صمّمَتْ زينبُ نموذجَينِ لِلمجسّمِ نفسِــهِ باستعمالِ معاملَيْ مقياسٍ مختلفَينِ، الأولِ 1:50 ، وَالثاني 1:100 ، أيُّ النموذجَينِ أكبرُ؟ أبرّرُ إجابتي.

أتذكر

أستعملُ خواصَّ النسبةِ لِتحديدِ أيِّ النموذجَينِ أكبرُ.

19 **مســألةٌ مفتوحةٌ:** أكتبُ مقياسَ نموذجٍ لمجسّــمٍ أبعادُهُ أصغرُ 20 مرةً مِنْ أبعادِ الشيءِ الحقيقيِّ.

20 **أكتبُ** كيفَ يمكنُني إيجادُ عاملِ المقياسِ لِمقياسِ رسمٍ؟

معمـلُ برمجيـةِ جيوجبرا

استكشافُ الأشكالِ المتشابهةِ

الهدفُ: أستكشفُ العلاقةَ بينَ أطوالِ الأضلاعِ وقياساتِ الزوايا المتناظرةِ في شكلَينِ متشابهَينِ باستعمالِ برمجيةِ جيوجبرا.

نشاط

الْخُطْوَةُ 1 أرسمُ مثلثَينِ

- أرسمُ $\triangle ABC$ الّذي إحداثياتُ رؤوسِهِ $A(2, 1), B(4, 3), C(6, 1)$، وَذلكَ باختيارِ أيقونةِ ▷ مِنْ شريطِ الأدواتِ، ثمَّ أنقر بالمؤشرِ على مواقعِ الأزواجِ المرتَّبةِ الّتي تقعُ عندَها رؤوسُ المثلثِ في المستوى الإحداثيِّ، وَأغلقُ الشكلَ بِالنقرِ على الرأسِ الأولِ مرةً أُخرى.
- أرسمُ $\triangle DEF$ الّذي إحداثياتُ رؤوسِهِ $D(8, 1), E(12, 5), F(16, 1)$، ماذا ألاحظُ؟ما العلاقةُ بينَ المثلثَينِ؟

الْخُطْوَةُ 2 أَجِدُ أطوالَ الأضلاعِ في المثلثَينِ وَقياساتِ زواياهُما

- أَجِدُ أطوالَ أضلاعِ $\triangle ABC$ وَ $\triangle DEF$، وَذلكَ بِاختيارِ أداةِ قياسِ أطوالِ الأضلاعِ cm مِنْ شريطِ الأدواتِ، ثمَّ أنقرُ على الضلعِ المطلوبِ، وَأسجلُ النتائجَ في الجدولِ المجاورِ.

ΔDEF		ΔABC	
$m\angle D =$	$DE =$	$m\angle A =$	$AB =$
$m\angle F =$	$DF =$	$m\angle B =$	$AC =$
$m\angle E =$	$EF =$	$m\angle C =$	$BC =$

- أَجِدُ قياساتِ زوايا $\triangle ABC$ وَ $\triangle DEF$ ، وَذلكَ بِاختيارِ أداةِ قياسِ الزوايا ∠ مِنْ شريطِ الأدواتِ، ثمَّ النقرِ على ضلعَيِ الزاويةِ المطلوبةِ، وَأسجلُ النتائجَ في الجدولِ.

الْخُطْوَةُ 3 أَجِدُ النسبَ بينَ أطوالِ الأضلاعِ المتناظرةِ

- أكتبُ أطوالَ الأضلاعِ المتناظرةِ في المثلثَينِ على شكلِ نسبةٍ بِأبسطِ صورةٍ:

$\frac{EF}{BC} =$ ______

$\frac{DF}{AC} =$ ______

$\frac{DE}{AB} =$ ______

أحلّلُ النتائجَ:

معتمدًا على الجدولِ الّذي أنشأْتُهُ، أجيبُ عَنِ الأسئلةِ الآتيةِ:

- ما العلاقةُ بينَ قياساتِ زوايا المثلثَينِ وأطوالِ أضلاعِهما؟
- ماذا ألاحظُ حولَ النسبةِ بينَ أطوالِ الأضلاعِ المتناظرةِ في المثلثَينِ؟
- أقترحُ اسمًا مناسبًا يصفُ العلاقةَ بينَ ΔABC وَ ΔDEF.

أفكرُ:

- أرسمُ مثلثَينِ قائمَيِ الزاويةِ لَهُما الشكلُ نفسُهُ وَالنِّسبُ بينَ أضلاعِهما المتناظرةِ متساويةٌ.

الدرسُ 3 التشابهُ

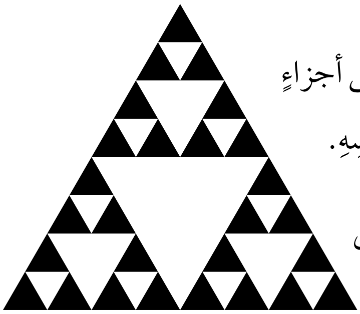
فكرةُ الدرسِ

أميِّزُ المضلعاتِ المتشابهةَ، وَأحلُّ مسائلَ تعتمدُ على مفهومِ التشابهِ.

المصطلحاتُ

أشكالٌ متشابهةٌ، مضلعاتٌ متشابهةٌ.

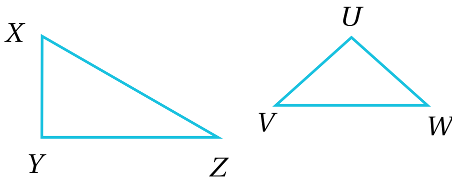
أستكشفُ



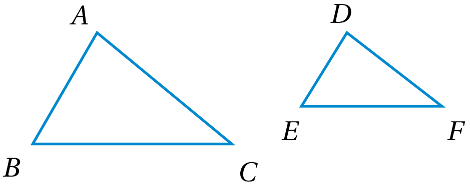
الفراكتلاتُ أشكالٌ هندسيةٌ يمكنُ تقسيمُها إلى أجزاءٍ أصغرَ مِنَ الكلِّ مَعَ المحافظةِ على الشكلِ نفسِهِ.

أحوطُ مثلثَينِ بمقاسَينِ مختلفَينِ لَهُما شكلُ المثلثِ الكبيرِ نفسُهُ.

يكونُ **الشكلانِ متشابهَينِ** (similar figures) إذا كانَ لَهُما الشكلُ نفسُهُ، وَليسَ بالضرورةِ أنْ يكونَ لَهُما المقاسُ نفسُهُ. وَيُستخدَمُ الرّمزُ (~) لِلدلالةِ على أنَّ الشكلَينِ متشابهانِ.



ΔXYZ لا يشابهُ المثلثَ ΔVUW

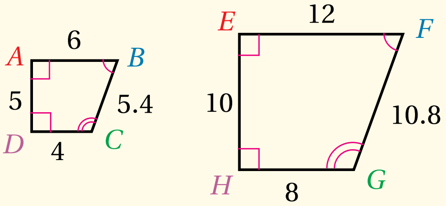


ΔABC يشابهُ المثلثَ ΔDEF ($\Delta ABC \sim \Delta DEF$)

المضلعاتُ المتشابهةُ (similar polygons) مضلعاتٌ زواياها المتناظرةُ متطابقةٌ، وَأطوالُ أضلاعِها المتناظرةِ متناسبةٌ.

مفهومٌ أساسيٌّ المضلعاتُ المتشابهةُ

- **بالكلماتِ** إذا تشابهَ مضلعانِ فَإنَّ زواياهُما المتناظرةَ متطابقةٌ، وَأطوالَ أضلاعِهِما المتناظرةِ متناسبةٌ.

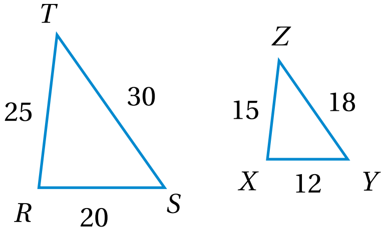


- **بِالرّموزِ** إذا كانَ $EFGH \sim ABCD$ فإنَّ:

الزوايا المتطابقةَ: $\angle A \cong \angle E$, $\angle B \cong \angle F$, $\angle C \cong \angle G$, $\angle D \cong \angle H$

وَالنسبةَ بينَ أطوالِ الأضلاعِ المتناظرةِ متساويةٌ: $\frac{EF}{AB} = \frac{FG}{BC} = \frac{GH}{CD} = \frac{HE}{DA} = \frac{2}{1}$

مثال 1



في الشكلِ المجاورِ $\Delta RST \sim \Delta XYZ$

① أكتبُ أزواجَ الزوايا المتناظرةِ:

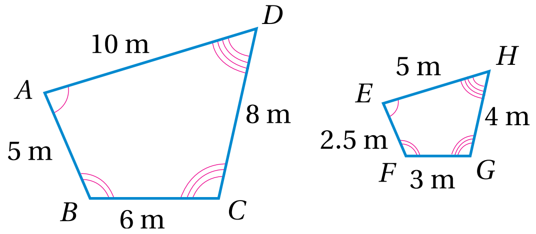
$\angle R \cong \angle X\,,\ \angle S \cong \angle Y\,,\ \angle T \cong \angle Z$

② أَجِدُ النسبةَ بينَ طولَيْ كُلِّ ضلعَينِ متناظِرَينِ بِأبسطِ صورةٍ، ثمَّ أكتبُ جملةَ التناسُبِ:

$$\frac{TR}{ZX}=\frac{25}{15}=\frac{5}{3} \qquad \frac{ST}{YZ}=\frac{30}{18}=\frac{5}{3} \qquad \frac{RS}{XY}=\frac{20}{12}=\frac{5}{3}$$

إذنْ، جملةُ التناسُبِ هِيَ $\frac{RS}{XY}=\frac{ST}{YZ}=\frac{TR}{ZX}$

أتحققُ من فهمي:



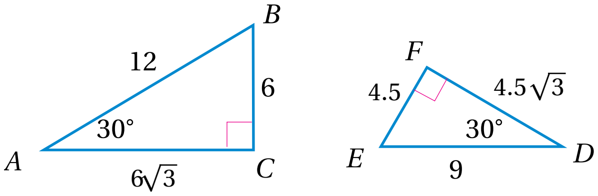
في الشكلِ المجاورِ $ABCD \sim EFGH$:

③ أكتبُ أزواجَ الزوايا المتناظرةَ.

④ أَجِدُ النسبةَ بينَ طولَيْ كلِّ ضلعَينِ متناظِرَينِ بِأبسطِ صورةٍ، ثمَّ أكتبُ جملةَ التناسُبِ.

تُسمّى النسبةُ بينَ طولَي الضلعَينِ المتناظِرَينِ في المضلعَينِ المتشابهَينِ عاملَ المقياسِ.

مثال 2



① أبيّنُ ما إذا كانَ المثلثانِ المجاورانِ متشابهَينِ، ثمَّ أَجِدُ عاملَ المقياسِ:

الخُطْوَةُ 1 أَجِدُ قياسَ الزاويةِ الثالثةِ في كلٍّ مِنَ المثلثَينِ:

مجموعُ قياساتِ زوايا المثلثِ	$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180°$
أعوّضُ $m\angle A= 30°$ و $m\angle C= 90°$	$30° + m\angle B + 90° = 180°$
أجمعُ	$m\angle B + 120° = 180°$
أطرحُ 120° مِنَ الطرفَينِ	$m\angle B = 60°$

إذنْ، قياسُ $\angle B$ يساوي 60°

مجموعُ قياساتِ زوايا المثلثِ	$m\angle E + m\angle D + m\angle F = 180^\circ$
أعوّضُ $m\angle D = 30^\circ$ وَ $m\angle F = 90^\circ$	$m\angle E + 30^\circ + 90^\circ = 180^\circ$
أجمعُ	$m\angle E + 120^\circ = 180^\circ$
أطرحُ 120° مِنَ الطّرفَينِ	$m\angle E = 60^\circ$

إذنْ، قياسُ $\angle E$ يساوي 60°

وَمِنْهُ $\angle B \cong \angle E$, $\angle A \cong \angle D$, $\angle C \cong \angle F$

إذنْ، الزوايا المتناظرةُ متطابقةٌ.

الْخُطْـوَةُ 2 أَجِدُ النسبةَ بينَ طولَيْ كُلِّ ضلعَينِ متناظِرَين:

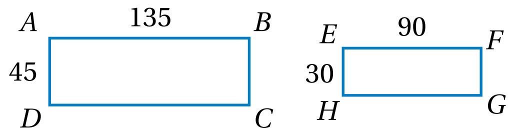
$$\frac{BC}{EF} = \frac{6}{4.5} = \frac{4}{3} \qquad \frac{AC}{FD} = \frac{6\sqrt{3}}{4.5\sqrt{3}} = \frac{4}{3} \qquad \frac{AB}{ED} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

النِّسبُ متساويةٌ، إذنْ، أطوالُ الأضلاعِ المتناظرةِ متناسبةٌ.

بِما أنَّ الزوايا المتناظرةَ متطابقةٌ، وَأطوالَ الأضلاعِ المتناظرةِ متناسبةٌ، إذنْ، $\Delta ABC \sim \Delta DEF$، وَعاملُ المقياسِ يساوي $\frac{4}{3}$

أتحقّقُ من فهمي:

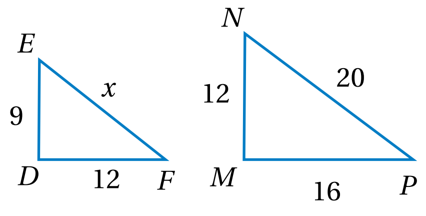
② أبيّنُ ما إذا كانَ المستطيلانِ المجاورانِ متشابهَينِ، ثمَّ أَجِدُ عاملَ المقياسِ:



يمكنُ استعمالُ خواصِّ المضلّعاتِ المتشابهةِ في إيجادِ القياساتِ المجهولةِ.

مثال 3

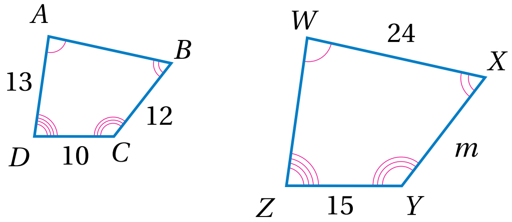
في الشكلِ المجاورِ $\Delta DEF \sim \Delta MNP$ ، أَجِدُ قيمةَ المتغيِّرِ x



أكتبُ تناسُبًا	$\frac{MP}{DF} = \frac{NP}{EF}$
أعوّضُ $MP = 16$, $DF = 12$, $NP = 20$	$\frac{16}{12} = \frac{20}{x}$
خاصّيةُ الضربِ التبادليِّ	$16x = 240$
أبسّطُ	$x = 15$

أتحققُ من فهمي:

في الشكلِ المجاورِ $ABCD \sim WXYZ$ ، أَجِدُ قيمةَ المتغيِّرِ m

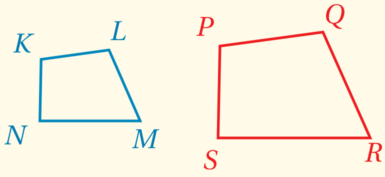


إذا تشابهَ مضلّعانِ وَكانَ عاملُ المقياسِ لَهُما يساوي k، فَإِنَّ النسبةَ بينَ محيطَيهِما تساوي k أيضًا.

مفهومٌ أساسيٌّ — محيطُ المضلعاتِ المتشابهةِ

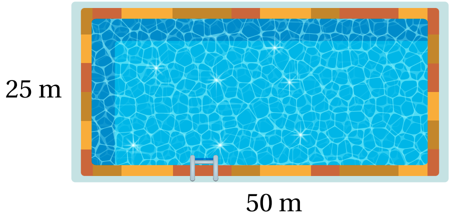
- **بالكلماتِ** إذا تشابهَ مضلعانِ فإنَّ النسبةَ بينَ محيطَيْهِما تساوي النسبةَ بينَ الأضلاعِ المتناظرةِ.
- **بالرموزِ** إذا كانَ $PQRS \sim KLMN$ فإنَّ:

$$\frac{PQ + QR + RS + SP}{KL + LM + MN + NK} = \frac{PQ}{KL} = \frac{QR}{LM} = \frac{RS}{MN} = \frac{SP}{NK}$$



مثال 4: منَ الحياةِ

مسابحُ: مسبحٌ في صالةٍ رياضيةٍ، طولُهُ 50 m وَعَرضُهُ 25 m، بُنِيَ مسبحٌ آخَرُ في الصالةِ مشابهٌ لِلمسبحِ القديمِ طولُهُ 40 m. أَجِدُ محيطَ المسبحِ الجديدِ.



الْخُطْوَةُ 1 أَجِدُ عاملَ المقياسِ:

بِما أنَّ المسبحَ الأولَ يشابهُ المسبحَ الثانيَ فَإِنَّ عاملَ المقياسِ يساوي النسبةَ بينَ أطوالِ الأضلاعِ المتناظرةِ، $\frac{4}{5} = \frac{40}{50}$ ، إذنْ، عاملُ المقياسِ $\frac{4}{5}$

الْخُطْوَةُ 2 أَجِدُ محيطَ المسبحِ القديمِ:

محيطُ المستطيلِ	$P = 2l + 2w$
أعوّضُ $l = 50, w = 25$	$= 2(50) + 2(25)$
أَجِدُ الناتجَ	$= 150$

إذنْ، محيطُ المسبحِ القديمِ 150 m

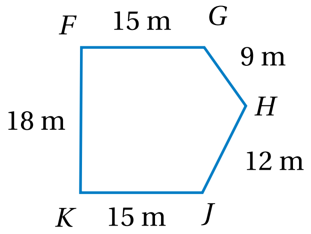
الْخُطْـوَةُ 3 أَجِدُ محيطَ المسبحِ الجديدِ باستعمالِ عاملِ المقياسِ:

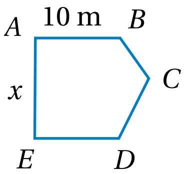
النسبةُ بينَ محيطَيْ مضلعَينِ متشابهَينِ	$\frac{x}{150} = \frac{4}{5}$
بِالضربِ التبادليِّ	$5x = 4 \times 150$
أبسّطُ	$5x = 600$
أقسمُ على 5	$x = 120$

إذنْ، محيطُ المسبحِ الجديدِ 120 m

أتحققُ من فهمي:

نافذتانِ زجاجيتانِ متشابهتانِ على شكلِ مضلَّعٍ خماسيٍّ، أَجِدُ محيطَ النافذةِ الصغيرةِ.





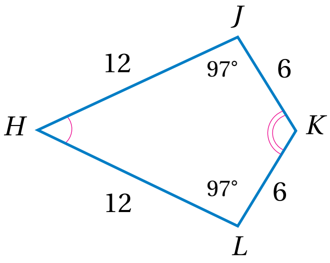
أتدربُ وأحلُّ المسائلَ

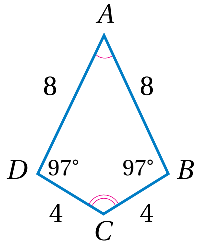
أتذكر

يدلُّ العددُ المتساوي مِنَ الأقواسِ على الزوايا المتناظرةِ المتطابقةِ.

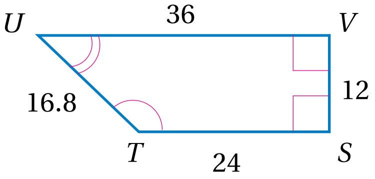
أكتبُ أزواجَ الزوايا المتناظرةِ، ثمَّ أَجِدُ عاملَ المقياسِ لكلٍّ مِنْ أزواجِ المضلعاتِ المتشابهةِ الآتيةِ:

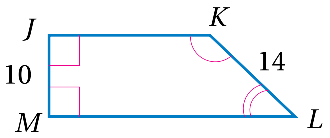
1





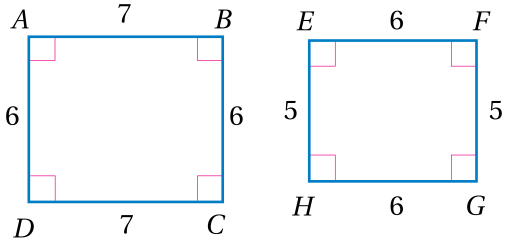
2





أبيّنُ ما إذا كانَ كلُّ زَوجٍ مِنَ المضلعاتِ الآتيةِ متشابهَينِ، ثمَّ أَجِدُ عاملَ المقياسِ لِلمتشابِهِ منها:

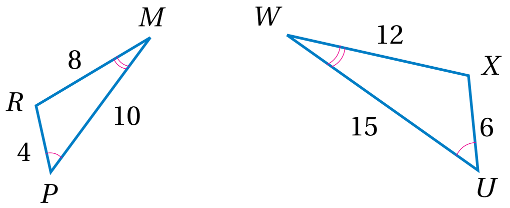
3



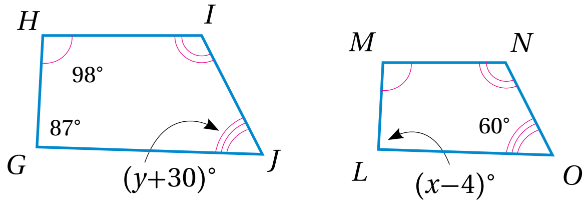
إرشاد

يمكنُ أيضًا كتابةُ عاملِ المقياسِ على صورةِ كسرٍ عشريٍّ.

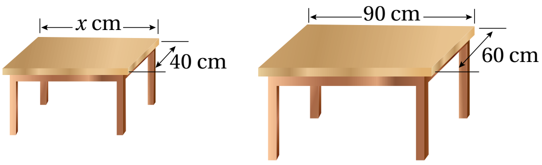
4



5 أَجِدُ قيمةَ كلٍّ مِنَ المتغيِّرَينِ y وَ x في زَوجِ المضلعاتِ المتشابهِ الآتي:



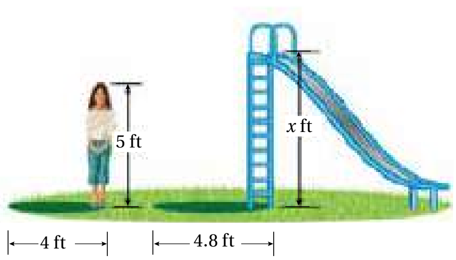
6 **أثاثٌ:** يبيّنُ الشكلُ المجاورُ طاولتَينِ متشابهتَينِ إحداهُما مخصَّصةٌ لِلأطفالِ وَالأُخرى لِلكبارِ. أَجِدُ طولَ طاولةِ الأطفالِ.



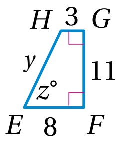
أتذكر

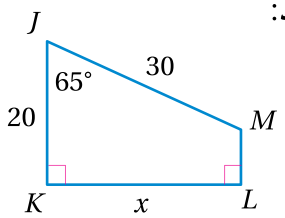
القدمُ مِنْ وحداتِ قياسِ الطولِ، وَيُرمَزُ لَهُ بِالرمزِ ft وكل 1 ft يساوي 30.48 cm

7 **حديقةٌ:** وقفَتْ مَيارُ بِجانبِ لعبةٍ في حديقةٍ. إذا كانَ طولُ ميارَ 5 ft، وَطولُ ظِلِّها 4 ft، وَكانَ طولُ ظِلِّ اللعبةِ 4.8 ft، فَأَجِدُ ارتفاعَ اللعبةِ، علمًا أنَّ المثلثاتِ متشابهةٌ.



في الشكلِ المجاورِ $JKLM \sim EFGH$ ، أَجِدُ:





8 عاملَ المقياسِ.

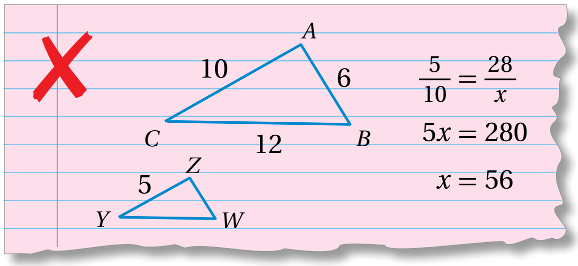
9 قيمةَ كلٍّ مِنَ المتغيِّراتِ z وَ y وَ x.

10 محيطَ كلِّ مضلعٍ.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

11 **تحدٍّ:** مستطيلانِ متشابهانِ، النسبةُ بينَ أضلاعِهِما المتناظرةِ هِيَ 4 : 1. أَجِدُ النسبةَ بينَ مساحتَيهِما.

12 **أكتشفُ الخطأَ:** أحدّدُ الخطأَ، وَأصححُهُ في كيفيةِ إيجادِ محيطِ ΔZWY، علمًا أنَّ ΔABC وَ ΔZWY متشابهانِ.

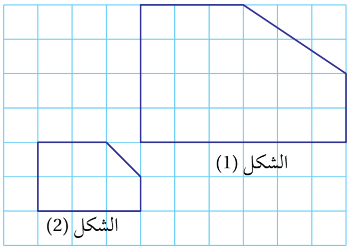


$$\frac{5}{10} = \frac{28}{x}$$

$$5x = 280$$

$$x = 56$$

13 **تبريرٌ:** في الشكلِ المجاورِ، أغيّرُ موقعَ رأسٍ واحدٍ في الشكلِ (1) لِيصبحَ الشكلانِ (1) وَ (2) متشابهَينِ. أبرّرُ إجابتي.



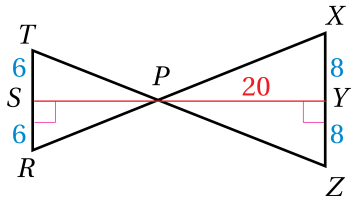
14 **تبريرٌ:** أبيّنُ صحةَ العبارةِ الآتيةِ، مبررًا إجابتي.

أيُّ مضلعَينِ منتظمَينِ لَهُما العددُ نفسُهُ مِنَ الأضلاعِ متشابهانِ.

إرشاد

أبعادُ المضلّعاتِ المتشابهةِ متناسبةٌ.

15 **تبريرٌ:** في الشكلِ المجاورِ $\Delta TPR \sim \Delta XPZ$ ، أَجِدُ طولَ $\overline{PS}$ ، وَأبرّرُ إجابتي.



16 **أكتبُ** كيفَ أحدّدُ ما إذا كانَ مضلعانِ متشابهَينِ أَمْ لا؟

الدرسُ 4 التكبيرُ

فكرةُ الدرسِ

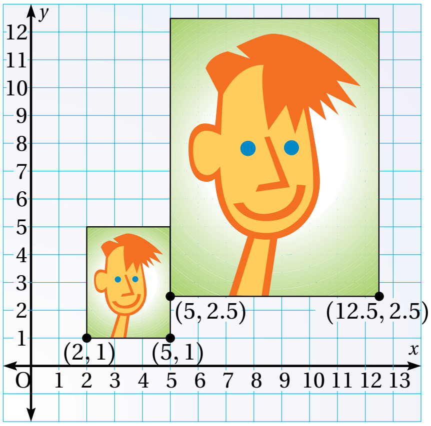
أرسمُ شكلًا تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ بمعاملٍ صحيحٍ موجَبٍ.

المصطلحاتُ

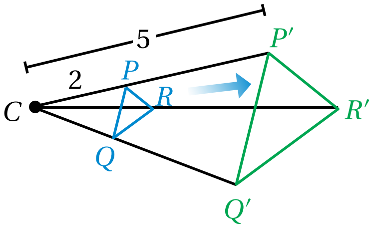
التكبيرُ، مُعاملُ التكبيرِ، مركزُ التكبيرِ.

أستكشفُ

استعملَ مصمّمٌ برمجيةَ حاسوبٍ لِتعديلِ قياساتِ الصورةِ الصغيرةِ في الشكلِ المجاورِ. ما العلاقةُ بينَ الصورتَينِ؟



التكبيرُ (enlargement) تحويلٌ هندسيٌّ تزيدُ فيهِ أبعادُ الشكلِ الأصليِّ بنسبةٍ ثابتةٍ، وَيُسمّى الشكلُ الجديدُ صورةً. وَصورةُ الشكلِ تحتَ تأثيرِ التكبيرِ مشابهةٌ لِلشكلِ الأصليِّ، ما يعني أنَّ أطوالَ الأضلاعِ المتناظرةِ متناسبةٌ، وَالزوايا المتناظرةَ متطابقةٌ.

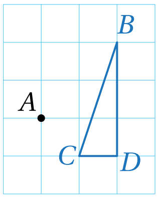


تُسمّى النسبةُ بينَ طولِ ضلعِ الصورةِ وَطولِ الضلعِ المناظِرِ لَهُ في الشكلِ الأصليِّ **مُعاملَ التكبيرِ** (scale factor)، وَقيمتُهُ k، وَهُوَ يدلُّ على عددِ مراتِ تكبيرِ الصورةِ. أما **مركزُ التكبيرِ** (center of enlargement) فَهُوَ النقطةُ الثابتةُ الّتي يُكَبَّرُ منها الشكلُ.

يمكنُ رسمُ صورةِ شكلٍ تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ بِاستعمالِ شبكةِ المربَّعاتِ.

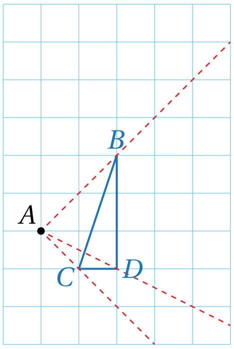
مثال 1

أرسمُ صورةَ ΔCBD تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ مركزُهُ النقطةُ A وَمُعامِلُهُ 2



الْخُطْوَةُ 1

أبدأُ بِرسمِ خطوطٍ بِاستعمالِ المسطرةِ ابتداءً مِنْ مركزِ التكبيرِ بِحيثُ يمرُّ كلٌّ منها بأحدِ رؤوسِ المثلثِ، وَأمدُّ الخطوطَ على استقامتِها.

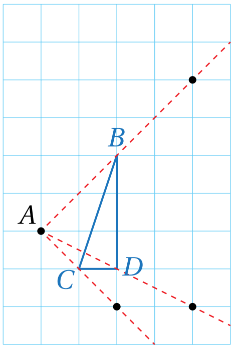


الْخُطْوَةُ 2

أقيسُ المسافةَ بينَ مركزِ التكبيرِ وَكلِّ رأسٍ مِنْ رؤوسِ المثلثِ بِاستعمالِ المسطرةِ، ثمَّ أضربُ القياساتِ الّتي حصلْتُ عليها في 2 (مُعامِلِ التكبيرِ).

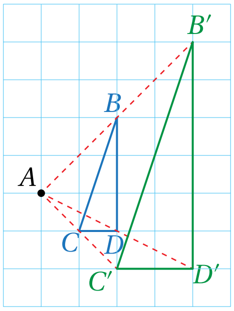
الْخُطْوَةُ 3

أقيسُ المسافاتِ الجديدةَ على الخطوطِ الّتي رسمْتُها في الخطوةِ 1 ابتداءً مِنْ مركزِ التكبيرِ، وَأحدّدُ علامةً لِكلٍّ مِنها.



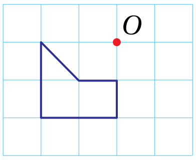
الْخُطْوَةُ 4

أَصِلُ بينَ النقاطِ، وَأسمّي المثلثَ الجديدَ $B'C'D'$



أتحققُ من فهمي:

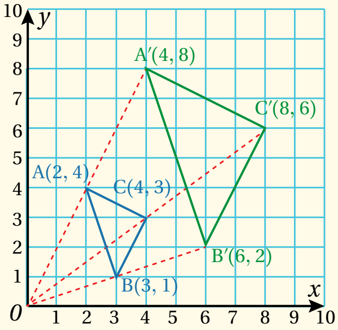
أنسخُ المضلعَ المرسومَ جانبًا على ورقةِ مربّعاتٍ، ثمَّ أرسمُ صورتَهُ تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ مركزُهُ النقطةُ O وَمُعامِلُهُ 3.



يمكن أيضًا استعمالُ إحداثياتِ رؤوسِ الشكلِ لِرسمِ صورتِهِ في المستوى الإحداثيِّ تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ وَمُعامِلُهُ k .

مفهومٌ أساسيٌّ — التكبيرُ في المستوى الإحداثيِّ

- **بالكلمات** لِإيجادِ صورةِ شكلٍ تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ وَمُعامِلُهُ k، أضربُ إحداثيَّي كلِّ رأسٍ مِنْ رؤوسِ الشكلِ الأصليِّ في مُعامِلِ التكبيرِ k حيثُ $k > 1$، وَذلكَ لِأحصلَ على إحداثياتِ رؤوسِ الصورةِ.

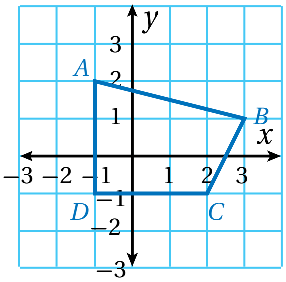


- **بالرموزِ** $(x, y) \rightarrow (kx, ky)$

مثال 2

① أرسمُ المضلعَ $ABCD$ الّذي إحداثياتُ رؤوسِهِ $A(-1, 2), B(3, 1), C(2, -1), D(-1, -1)$ في المستوى الإحداثيِّ، ثمَّ أرسمُ صورتَهُ تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ وَمُعامِلُهُ 3.

الْخُطْوَةُ 1 أرسمُ المضلعَ $ABCD$ في المستوى الإحداثيِّ:



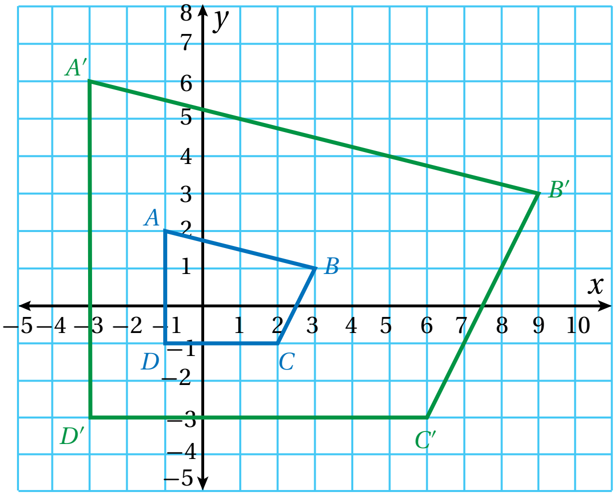
الْخُطْـوَةُ 2

أَجِدُ إحداثياتِ رؤوسِ الصورةِ بِضربِ الإحداثيِّ x وَالإحداثيِّ y لِكلِّ رأسٍ مِنْ رؤوسِ الشكلِ الأصليِّ في 3

إحداثياتُ الصورة		إحداثياتُ رؤوسِ الشكلِ الأصليِّ
$(3x, 3y)$	$\longrightarrow$	(x, y)
$A'(-3, 6)$	$\longrightarrow$	$A(-1, 2)$
$B'(9, 3)$	$\longrightarrow$	$B(3, 1)$
$C'(6, -3)$	$\longrightarrow$	$C(2, -1)$
$D'(-3, -3)$	$\longrightarrow$	$D(-1, -1)$

الْخُطْـوَةُ 3

أرسمُ المضلعَ $A'B'C'D'$ في المستوى الإحداثيِّ.



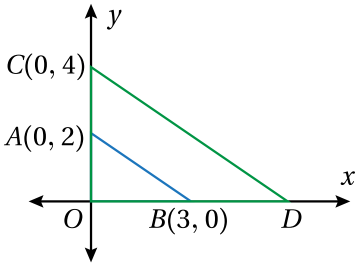
أتحققُ من فهمي:

② أرسمُ ΔABC الّذي إحداثياتُ رؤوسِهِ $A(0, 2), B(2, -1), C(-2, -1)$ في المستوى الإحداثيِّ، ثمَّ أرسمُ صورتَهُ تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ وَمُعامِلُهُ 4.

بِما أنَّ الشكلَ وَصورتَهُ الناتجةَ عَنْ تكبيرٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ وَمعامِلُهُ k متشابهانِ، فإنَّهُ يمكنُ إيجادُ معاملِ التكبيرِ k بإيجادِ النسبةِ بينَ أطوالِ الأضلاعِ المتناظرةِ، أَوْ بِإيجادِ النسبةِ بينَ الإحداثيِّ x أَوِ الإحداثيِّ y لِأحدِ رؤوسِ الشكلِ بعدَ التكبيرِ وَالإحداثيِّ المناظرِ لَهُ في الشكلِ الأصليِّ.

مثال 3

يبيّنُ الشكلُ المجاورُ المثلثَ ΔOAB وَصورتَهُ ΔOCD الناتجةَ عَنْ تكبيرٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ:



① أَجِدُ معاملَ التكبيرِ.

الطريقةُ 1: بِما أنَّ $\Delta OCD \sim \Delta OAB$ فَإنَّ النسبةَ بينَ طولَيْ أيِّ ضلعَينِ متناظرَينِ تساوي معاملَ التكبيرِ: $\frac{OC}{OA} = \frac{4}{2} = 2$

إذنْ، معاملُ التكبيرِ 2

الطريقةُ 2: أَجِدُ النسبةَ بينَ الإحداثيِّ y لِلرأسِ C وَالإحداثيِّ y للرأسِ A المناظرِ لَهُ: $\frac{y_C}{y_A} = \frac{4}{2} = 2$

إذَنْ، معاملُ التكبيرِ يساوي 2

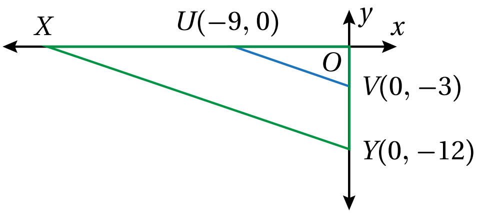
② **أَجِدُ إحداثيَّي الرأسِ D .**

ينتجُ إحداثيّا الرأسِ D عَنْ ضربِ إحداثيَّي الرأسِ B المناظرِ لَهُ في معاملِ التكبيرِ:

$$(3, 0) \rightarrow (3 \times 2, 0 \times 2) \rightarrow (6, 0)$$

إذَنْ، $D(6, 0)$.

أتحققُ من فهمي:



يبيّنُ الشكلُ المجاورُ ΔUOV وَصورتَهُ ΔXOY الناتجةَ عَنْ تكبيرٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ، أَجِدُ:

③ معاملَ التكبيرِ.

④ إحداثيَّي الرأسِ X .

مثال 4: مِنَ الحياةِ

عدســـاتٌ: **تُظهِرُ العدسةُ المكبِّرةُ المجاورةُ الأجسامَ أكبرَ بِـ 5 مراتٍ مِنْ حجمِها الأصليِّ. إذا كانَ طولُ الدُّعسوقةِ المجاورةِ تحتَ العدسةِ 3.9 cm ، فَأَجِدُ الطولَ الحقيقيَّ لَها.**

$3.9 = 5 \times l$ طولُ الصورةِ يساوي معاملُ التكبيرِ × الطولُ الحقيقيُّ

$0.78 = l$ أقسمُ طرفَي المعادلةِ على 5

إذَنْ، الطولُ الحقيقيُّ لِلدُّعسوقةِ 0.78 cm

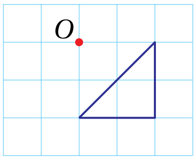
أتحققُ من فهمي:

تُظهِرُ العدســـةُ المكبِّرةُ المجاورةُ الأجسامَ أكبرَ بِـ 7 مراتٍ مِنْ حجمِها الأصليِّ. إذا كانَ طولُ بذرةِ التفاحِ المجاورةِ تحتَ العدسةِ 1.75 cm، فَأَجِدُ الطولَ الحقيقيَّ لِبذرةِ التفاحِ.

أَتدربُ وأحلُّ المسائلَ

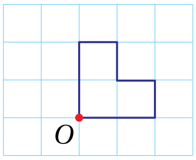
أنسخُ كلَّ مضلعٍ مِمّا يأتي على ورقة مربَّعاتٍ، ثمَّ أرسمُ صورتَهُ تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ مركزُهُ النقطةُ O، مستعمِلًا معاملَ التكبيرِ المعطى أسفلَهُ:

1



معاملُ التكبيرِ 3

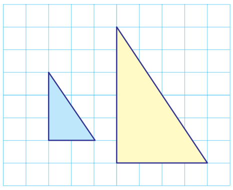
2



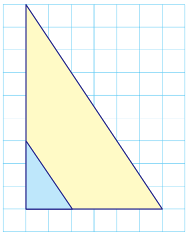
معاملُ التكبيرِ 4

أَجِدُ معاملَ التكبيرِ في كلٍّ ممّا يأتي:

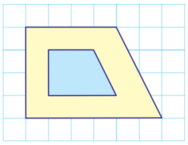
3



4

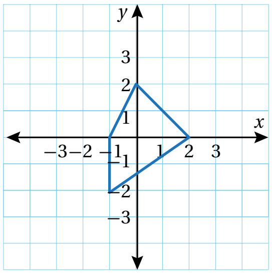


5



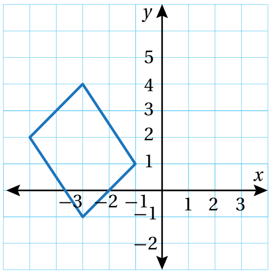
أنسخُ كلَّ مضلعٍ مِمّا يأتي على ورقةِ مربَّعاتٍ، ثم أرسمُ صورةً لَهُ تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ، مستعمِلًا معاملَ التكبيرِ المعطى أسفلَهُ:

6



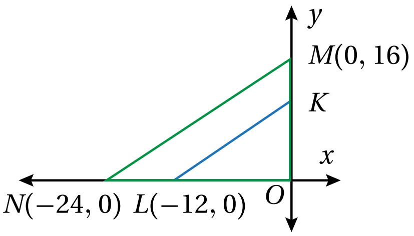
معاملُ التكبيرِ 3

7



معاملُ التكبيرِ 4

يبيّنُ الشكلُ المجاورُ المثلثَ ΔOKL وَصورتَهُ ΔOMN الناتجةَ عَنْ تكبيرٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ، أَجِدُ:



8 معاملَ التكبيرِ.

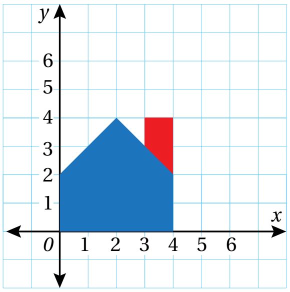
9 إحداثيَّيِ الرأسِ K .

معلومة

بصمةُ الإصبعِ علامةٌ مميِّزةٌ لِكلِّ شخصٍ، وتُعتمَدُ في التعرفِ إلى هُويَّةِ الشخصِ، وَعادةً ما تُستعملُ بصمةُ الإبهامِ.

10 **عدساتٌ:** تُظهرُ العدسةُ المكبِّرةُ المجاورةُ الأجسامَ أكبرَ بمرّتَينِ مِنْ حجمِها الأصليِّ. إذا كانَ طولُ بصمةِ الإبهامِ المجاورةِ تحتَ العدسةِ 2.5 cm، أَجِدُ طولَ البصمةِ الحقيقيَّ.

11 **تصميمٌ جرافيكيٌّ:** أنشأَ مصمّمٌ الشعارَ المجاورَ لِشركةِ عقاراتٍ، وَلكنّهُ يحتاجُ إلى جعلِهِ أكبرَ مرتَينِ لِاستخدامِهِ على لافتةٍ. أرسمُ الشعارَ تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ وَمعاملُهُ 2 .



مهاراتُ التفكيرِ العُليا

أفكر

أيُّ الأزواجِ المرتبةِ يقابلُ الزوجَ المرتّبَ (18, 6)؟

تبريرٌ: مثلثٌ إحداثياتُ رؤوسِهِ $A(1, 2), B(1, 0), C(3, 1)$، كُبِّرَ باستعمالِ نقطةِ الأصلِ كَمركزٍ لِلتكبيرِ. إذا كانَ إحداثيّا أحدِ رؤوسِ الصورةِ (18, 6)، أَجِدُ كلًّا مِمّا يأتي مبررًا إجابتي:

12 معاملَ التكبيرِ.

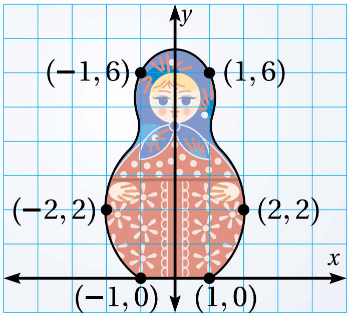
13 إحداثياتِ الرؤوسِ الأُخرى.

معلومة

الماتريوشكا دُميةٌ روسيةٌ شهيرةٌ على شكلِ امرأةٍ تحوي بِداخلِها دُمًى أُخرى لَها الشكلُ نفسُهُ وَلكنْ أصغرَ حجمًا.

14 **أكتشفُ الخطأَ:** رسمَ عدنانُ مستطيلًا طولُهُ 3cm وَعرضُهُ 2 cm، ثمَّ أوجدَ صورةً لَهُ تحتَ تأثيرِ معاملِ تكبيرٍ قيمتُهُ 5، فكانَ عَرضُ المستطيلِ الجديدِ 15 cm، أبيّنُ الخطأَ الّذي وقعَ فيهِ عدنانُ، وَأُصحّحُهُ.

15 **تحدٍّ:** يُظهرُ الشكلُ المجاورُ صورةً لِإحدى دُمى الماتريوشكا. أرسمُ صورةً لِلدّميةِ تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ معاملُهُ 2 وَمركزُهُ نقطةُ الأصلِ.



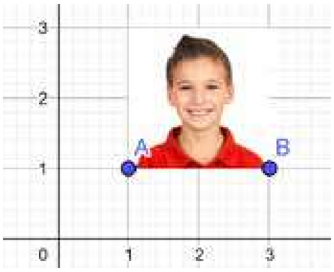
16 **أكتبُ** كيفَ أَجِدُ معاملَ التكبيرِ لِشكلٍ مرسومٍ في المستوى الإحداثيِّ؟

معملُ برمجيةِ جيوجبرا

التكبيرُ

يمكنُني استعمالُ برمجيةِ جيوجبرا لِتكبيرِ صورتي الشخصيةِ مَعَ المحافظةِ على جَودةِ الصورةِ وَهيئَتِها.

نشاط



الْخُطْوَةُ 1 أَلتقطُ صورةً:

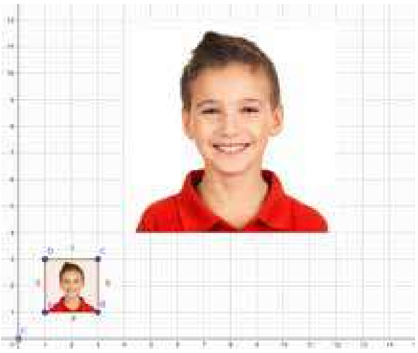
- أَلتقطُ لِنفسي صورةً بِالهاتفِ المحمولِ، وَأَحفظُها في ملفٍّ على جهازِ الحاسوبِ.

الْخُطْوَةُ 2 أُدرِجُ الصورةَ في المستوى الإحداثيِّ:

- أختارُ أيقونةَ Image مِنْ شريطِ الأدواتِ، ثمَّ أختارُ الصورةَ الّتي حفظْتُها.
- أُعدّلُ موقعَ الصورةِ، وَأختارُ مقاسًا مناسبًا لَها بِتحريكِ النقطتَينِ A وَ B اللّتَينِ تَظهرانِ عليها.

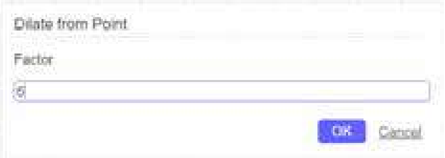
الْخُطْوَةُ 3 أحدّدُ الصورةَ بِنقاطٍ، وَأحدّدُ مركزَ التكبيرِ:

- أختارُ أيقونةَ مِنْ شريطِ الأدواتِ، ثمَّ أنقرُ على الرأسَينِ الآخَرَينِ لِلصورةِ لِتظهرَ نقطةٌ عند كلِّ رأسٍ، ثمَّ أنقرُ على نقطةِ الأصلِ.
- أرسمُ مستطيلًا حولَ الصورةِ، وَذلكَ بِاختيارِ أيقونةِ مِنْ شريطِ الأدواتِ، ثمَّ النقرِ على النقاطِ الأربعةِ الّتي تظهرُ على رؤوسِ الصورةِ. وَلِإغلاقِ الشكلِ أنقرُ على النقطةِ الأولى مرةً أُخرى.



الْخُطْوَةُ 4 أُكبِّرُ الصورةَ:

- أختارُ أيقونةَ Dilate from Point مِنْ شريطِ الأدواتِ.
- أنقرُ وسطَ الصورةِ، ثمَّ أنقرُ على مركزِ التكبيرِ (نقطةِ الأصلِ).
- أحددُ معاملَ التكبيرِ الّذي أريدُ في مربَّعِ الحوارِ الّذي يظهرُ، ثمَّ أنقرُ على OK



Dilate from Point

Factor

5

أَتدربُ

أَلتقطُ صورًا أُخرى، وَأحفظُها على جهازِ الحاسوبِ، ثمَّ أُكبِّرُها تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ بِاختيارِ معاملِ التكبيرِ الّذي أريدُ.

الدرسُ 5 خطةُ حلِّ المسألةِ: الرسمُ

فكرةُ الدرسِ

حلُّ المسألةِ بِاستخدامِ خُطةِ " الرسمِ " .

ظِلٌّ: أرادَ محمدٌ معرفةَ طولِ مبنًى قريبٍ مِنْ منزلِهِ، فَقرّرَ استعمالَ المثلثاتِ المتشابهةِ في ذلكَ، فَقاسَ طولَ ظِلِّهِ فَوجدَهُ 0.9 m ، وَقاسَ طولَ ظِلِّ المبنى في الوقتِ نفسِهِ فَوجدَهُ 7.6 m ، إذا كانَ طولُ محمدٍ 1.8 m فَأحسبُ طولَ المبنى.

1 أفهمُ

المُعطياتُ:

- طولُ محمدٍ 1.8 m وَطولُ ظِلِّهِ 0.9 m ، وَطولُ ظِلِّ المبنى 7.6 m
- المثلثانِ الناتجانِ مِنْ طولِ محمدٍ وَطولِ ظِلِّهِ وَطولِ المبنى وَطولِ ظلِّهِ متشابهانِ.

المطلوبُ: إيجادُ طولِ المبنى.

2 أخطِّطُ

أرسمُ شكلًا أثبّتُ عليهِ معطياتِ المسألةِ مفترضًا أنَّ طولَ المبنى المرادَ إيجادُهُ x .

3 أحلّ

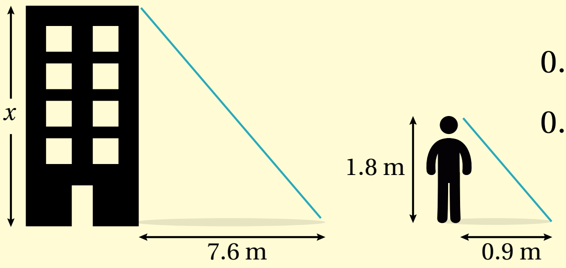
بما أنَّ المثلثَينِ متشابهانِ، إذنْ، أطوالُ الأضلاعِ المتناظرةِ متناسبةٌ.

أكتبُ تناسبًا $\frac{x}{1.8} = \frac{7.6}{0.9}$

خاصّيةُ الضربِ التبادليِّ $0.9x = 1.8 \times 7.6$

أضربُ $0.9x = 13.68$

أقسمُ على 0.9 $x = 15.2$



إذنْ، يبلغُ طولُ المبنى 15.2 m

4 أتحقّقُ

أعوّضُ قيمةَ x في التناسُبِ لِأتحققَ مِنْ تساوي النسبتَينِ.

أعوّضُ $x = 15.2$ $\frac{15.2}{1.8} \overset{?}{=} \frac{7.6}{0.9}$

الطرفانِ متساويانِ، إذنْ، الحَلُّ صحيحٌ $8.4 = 8.4$ ✓

أَتدربُ وأحلُّ المسائلَ

1 **شـاحنةٌ:** صندوقُ شـاحنةٍ قاعدتُهُ على شكلِ مسـتطيلٍ طولُهُ 11 m وَعَرضُهُ 3 m ، صُمِّمَ نموذجٌ مشـابهٌ لَهُ عَرضُ قاعدتِهِ 0.4 m . أَجِدُ طـولَ النموذجِ، مقرِّبًا إجابتي لِأقربِ عددٍ صحيحٍ.

2 **تِنِسٌ:** طاولةُ تِنْسٍ على شكلِ مسـتطيلٍ طولُه 2.5 m وَعَرضُه 1.5 m، وَملعبُ تِنْسٍ حقيقيٌّ طولُهُ 23.5 m وَعَرضُهُ 11 m. هلِ الملعبُ وَالطاولةُ متشابهانِ؟ أبرِّرُ إجابتي.

معلومة

يُطلَقُ على تِنسِ الطاولةِ أيضًا (بينج بونج)؛ وَذلكَ بِسببِ صوتِ الارتطامِ الناتجِ عَنْ تصادُمِ الكرةِ بِالمِضربِ ثُمَّ بِطاولةِ التنسِ.

3 **أبراجٌ:** يبلغُ ارتفاعُ لعبةٍ في مدينةِ الألعابِ 25 m، وَطولُ ظِلِّها 9 m . أَجِدُ طولَ رَجلٍ طولُ ظِلِّهِ في الوقتِ نفسِهِ 70 cm

4 **غرفةٌ:** غرفةُ طعامٍ على شـكلِ مسـتطيلٍ طولُها 5 m وَعَرضُهـا 4 m ، أمّا طولُها في مخطَّطِ المنزلِ 20 cm ، أَجِدُ عَرضَ غرفةِ الطعامِ في المخطَّطِ.

5 **سيارةٌ:** صمّمَتْ شركةُ سـيّاراتٍ نموذجَ لعبةٍ مشابهًا لِإحدى سـياراتِ السباقِ الّتي تُنتِجُها، فَإذا كانَ طولُ السـيّارةِ الحقيقيُّ 5 m وَعَرضُها 1.8 m، وَكانَ عَرضُ اللعبةِ 6.3 cm . أَجِدُ طولَ اللعبةِ.

معلومة

يسـتغرقُ تصميـمُ الطـرازِ الجديـدِ مِـنَ السـيارةِ حـواليْ ثـلاثَ سـنواتٍ.

6 **لوحةٌ إعلانيةٌ:** قرّرَتْ شركةٌ تكبيرَ شـعارِها الخاصِّ وَتحويلَهُ إلى لوحةٍ إعلانيةٍ، فَإذا كانَ الشعارُ مستطيلَ الشـكلِ وكانَ طولُهُ 6 cm وَعَرضُهُ 4 cm، وكانَ طولُ اللوحةِ الإعلانيةِ 2.5 m . فَأَجِدُ محيطَ اللوحةِ.

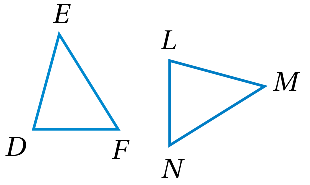
7 **أرضٌ:** قطعةُ أرضٍ مستطيلةُ الشكلِ محيطُها 72 m ، وَطولُها 18 m، تتشابهُ مَعَ قطعةِ أرضٍ أُخرى محيطُها 120 m، أَجِدُ عَرضَ قطعةِ الأرضِ الثانيةِ.

8 **أكتبُ** أكتـبُ مسـألةً يمكنُنـي حلُّهـا بِاسـتخدامِ خطـةِ حلِّ المسـألةِ (الرسـمِ)، ثـمَّ أحلُّها.

اختبارُ الوحدةِ

أختارُ رمزَ الإجابةِ الصحيحةِ لكلٍّ ممّا يأتي:

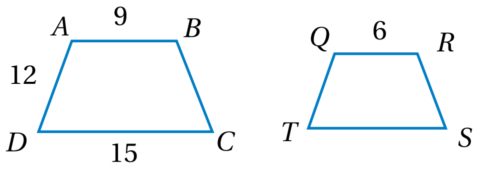
1 إذا كانَ $\Delta DEF \cong \Delta LMN$ أيُّ الآتيةِ هِيَ جملةُ تطابقٍ صحيحةٌ:



a) $\overline{DE} \cong \overline{LN}$ **b)** $\overline{FE} \cong \overline{NL}$

c) $\angle N \cong \angle F$ **d)** $\angle M \cong \angle F$

2 إذا كانَ الشكلانِ الآتيانِ متشابهَينِ فَإنَّ طولَ $\overline{TQ}$ يساوي:



a) 8 **b)** 12 **c)** 6 **d)** 18

3 مستطيلٌ طولُهُ 8 cm إذا رسمْتُ صورةً لَهُ تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ معاملُهُ 2 ، فَإنَّ طولَ الصورةِ يساوي:

a) 4 cm **b)** 10 cm

c) 12 cm **d)** 16 cm

4 كُبِّرَ ΔCDE إلى $\Delta C'D'E'$، إذا كانَ $CD = 2.5$ cm، $D'E' = 3.25$ cm ، $C'D' = 7.5$ cm فَإنَّ طولَ $\overline{DE}$ مقرّبًا لأقربِ منزلتينِ عشريّتينِ يساوِي:

a) 1.08 cm **b)** 5 cm

c) 9.75 cm **d)** 19 cm

5 إذا كانَ $\Delta ABC \sim \Delta DEF$، فَإنَّ $m\angle A$ يساوي:

a) $m\angle B$ **b)** $m\angle D$

c) $m\angle E$ **d)** $m\angle F$

6 إذا كانَ ارتفاعُ برجٍ 160 m ، وصُمّمَ لَهُ نموذجٌ بِمقياسِ 1 : 2000 ، فَإنَّ ارتفاعَ نموذجِ البرجِ:

a) 0.16 m **b)** 0.8 m

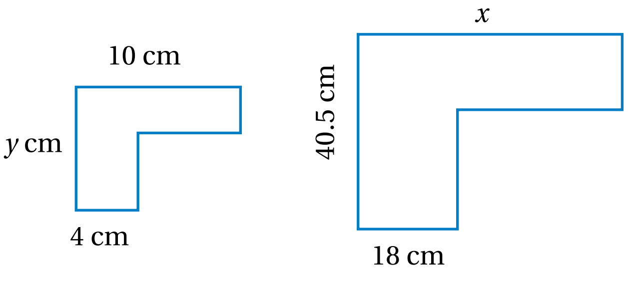
c) 0.08m **d)** 320000 m

7 مقياسُ الرسمِ الّذي يعطي أكبرَ نموذجٍ هُوَ:

a) 1 : 4000 **b)** 1 : 300

c) 1 : 200 **d)** 1 : 100

8 إذا كانَ الشكلانِ الآتيانِ متشابهَينِ، أجدُ قيمةَ كلٍّ مِنْ x و y .

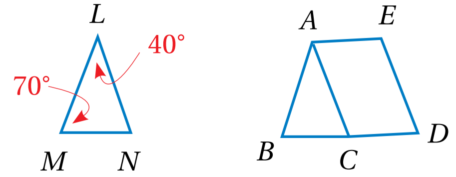


إذا كانَ ΔABC قائمَ الزاويةِ في B، وَكانَ $\Delta ABC \sim \Delta DEF$، وَكانَ $AB = 21$ cm, $BC = 15$ cm $DE = 7$ cm، أَجِدُ:

9 طولَ $\overline{EF}$

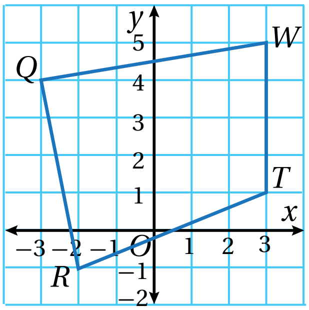
10 مساحةَ ΔDEF

11 في الشكلِ المجاورِ، إذا كانَ $\Delta ABC \cong \Delta LMN$ وَكانَ $\overline{AE}$ يوازي $\overline{BD}$، أجِدْ: $m\angle ACD$

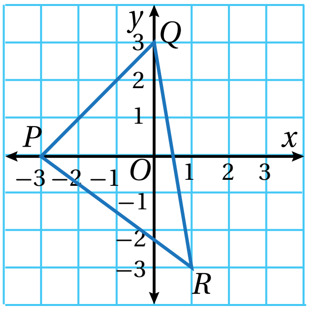


أنسخُ كلَّ مضلعٍ مِمّا يأتي على ورقِ مربّعاتٍ، ثمَّ أرسمُ صورةً لَهُ تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ مركزُهُ النقطةُ *O*، ومعاملُهُ 3:

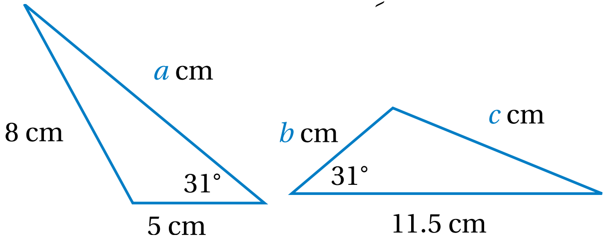
12



13



14 إذا كانَ المثلثانِ الآتيانِ متطابقَينِ:



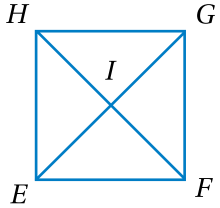
أَجِدُ قيمةَ كلٍّ مِنْ *a* وَ *b* وَ *c*.

15 طابعُ بريدٍ طولُهُ 4 cm، وَعرضُهُ 3 cm، إذا تمَّ تكبيرُهُ لِيصبحَ عرضُهُ 11.5 cm، أَجِدُ طولَ الطابعِ بعدَ التكبيرِ. أقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ.

16 صمّمَ معاويةُ نموذجًا لِديناصورٍ، فَإذا كانَ طولُ النموذجِ 5.2 m ، وَالطولُ الحقيقيُّ لِلديناصورِ 13 m، أَجِدُ مقياسَ النموذجِ.

تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوليّةِ

17 في المربعِ *EFGH*، أيُّ العباراتِ الآتيةِ غيرُ صحيحةٍ؟



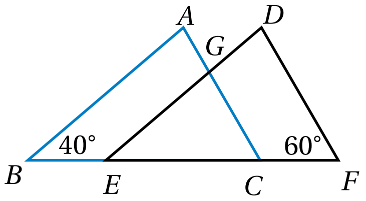
a) المثلثانِ *EIF, EIH* متطابقانِ

b) المثلثانِ *GHF, GHI* متطابقانِ

c) المثلثانِ *EFH, EGH* متطابقانِ

d) المثلثانِ *EIF, GIH* متطابقانِ

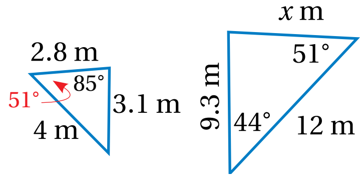
18 إذا كانَ المثلثانِ *ABC, DEF* متطابقَينِ، فَإنَّ $m\angle AGD$ يساوي:



a) 100° **b)** 80°

c) 60° **d)** 40°

19 إذا كانَ المثلثانِ الآتيانِ متشابهَينِ، فَإنَّ قيمةَ المتغيّرِ *x* تساوي:



a) 4.2 **b)** 4.65

c) 5.6 **d)** 8.4

الوحدةُ 7

المساحاتُ والحُجومُ

ما أَهميَّةُ هذهِ الوحدةِ؟

تُعَدُّ دراسةُ المساحاتِ والحُجومِ مِنْ أكثرِ الموضوعاتِ أهميةً في علمِ الرياضياتِ، لِما لَها مِن استعمالاتٍ حياتيةٍ، ولا سيّما في علمِ العمارةِ، إِذْ يوظّفُ المهندسونَ المعماريّونَ قوانينَ المساحاتِ والحجومِ في فنِّ العِمارةِ مثلَما يظهرُ في تصميمِ المباني الجميلةِ في منطقةِ بوليفاردْ العبدليِّ.

تعلّمتُ سابِقًا:

- ✓ حسابَ مساحاتِ الأشكالِ الثنائيةِ الأبعادِ.
- ✓ فهمَ الدائرةِ، وَتعرّفَ عناصرِها، وَرسمَها.
- ✓ فهمَ العلاقةِ بينَ زَوايا المضلّعاتِ وَأضلاعِها.

سأتعلّمُ في هذهِ الوحدةِ:

- حسابَ مساحةِ الدائرةِ وَمحيطِها.
- إيجادَ المساحةِ الكلّيةِ وَحجومِ أشكالٍ ثلاثيةِ الأبعادِ.
- توظيفَ قوانينِ المساحةِ الكلّيةِ وَالحُجومِ في حلِّ مسائلَ رياضيةٍ وَتطبيقاتٍ حياتيةٍ.

مشروعُ الوحدةِ: صناعةُ الصابونِ

أستعدُّ وَزملائي لتنفيذِ مشروعِنا الخاصِّ الَّذي سنُوظِّف فيهِ ما نتعلمُهُ في هذهِ الوَحدةِ حولَ حسابِ المساحاتِ والحُجومِ لِلأشكالِ الثلاثيةِ الأبعادِ.

خطواتُ تنفيذِ المشروعِ:

1 أبحثُ في الإنترنتْ عَنْ طريقةِ تصنيعِ مادةِ الصابونِ في المنزلِ، وَأسجّلُ الموادَّ اللازمةَ وكمّيّاتِها مثلَ: زيتٌ نباتيٌّ، وَهيدروكسيدُ الصوديوم، وَزيتٌ عِطريٌّ، وَملوِّناتٌ طبيعيةٌ، وغيرُها، موظفًا قوانينَ التناسُبِ عندَ الحاجةِ لمضاعفةِ الكمّيّاتِ المطلوبةِ في التصنيعِ. يُمكنُني إضافةُ موادَّ طبيعيةٍ مفيدةٍ لِلبشرةِ.

2 أُحضِّرُ الأدواتِ اللازمةَ لتصنيعِ الصابونِ مثلَ: كأسٌ مدرّجٌ، وَملعقةٌ خشبيةٌ، وَقُفّازاتٌ لليدينِ، وَقوالبُ لتشكيلِ الصابونِ، مراعيًا توفيرَ قوالبَ سهلةِ الاستخدامِ كَالمصنوعةِ مِنَ السّيليكون بأشكالٍ متنوعةٍ وأحجامٍ مختلفةٍ تمثّلُ المجسّماتِ الَّتي سأدرسُها في هذهِ الوَحدةِ.

3 أبدأُ عمليةَ تصنيعِ الصابونِ بمساعدةِ أحدِ أفرادِ عائلتي، معَ الحذرِ عندَ استخدامِ الأدواتِ.

4 أُعطي أرقامًا لِقطعِ الصابونِ الَّتي أصنّعُها، وَأحسبُ حجمَ كلِّ قالبٍ وَمساحةَ سطحِهِ، وأدوِّنُ ما أتوصَّل إِلَيْهِ في الجدولِ الآتي:

رقْمُ القالبِ	شكلُ القالبِ الهندسيِّ	حجمُ القالبِ	مساحةُ سطحِ الصابونِ الكلّيّةُ

5 أحددُ سعرًا لكلِّ قالبٍ اعتمادًا على حجمِهِ ومساحةِ سطحِهِ الكلّيةِ، وأغلّفُهُ تغليفًا جميلًا.

6 أصمّمُ مطويةً تحوي صُوَرًا لقوالبِ الصابونِ الَّتي أعددْتُها، وفوائدَها الصحيةَ للبَشَرةِ، إضافةً إلى معلوماتٍ عَنْ حجمِ كلِّ قالبٍ ومساحةِ سطحِهِ الكلّيةِ.

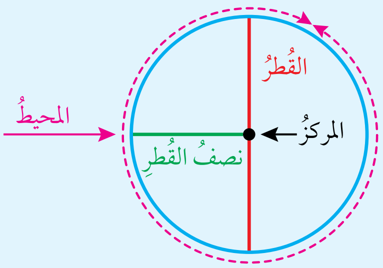
عرضُ النتائجِ:

- أحددُ مَعَ معلّمي وَمديرِ مدرستي يومًا مفتوحًا لعرضِ منتوجاتِنا وَبَيْعِها في المدرسةِ، بحيثُ يمكنُ أنْ يحضرَ فيهِ أهالي الطلبةِ والمجتمعُ المحليُّ.
- أوضحُ للزائرينَ مراحلَ تصنيعِ الصابونِ والموادَّ اللازمةَ في تصنيعِهِ، وأزوّدُهُمْ بالمطويةِ الَّتي أعددْتُها.

معملُ برمجيةِ جيوجبرا

استكشافُ النسبةِ التقريبيّةِ (pi)

أتذكر



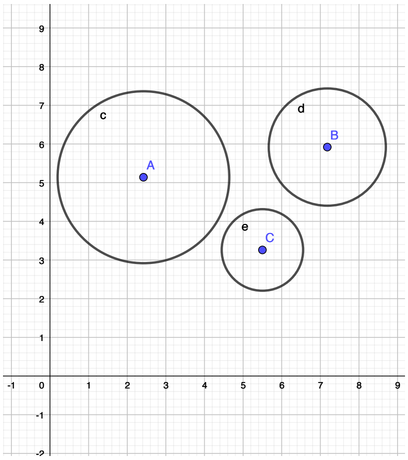
الهدفُ: أستكشفُ العلاقةَ بينَ محيطِ الدائرةِ وقُطْرِها، بِاستعمالِ برمجيةِ جيوجبرا (GeoGebra)

ما العلاقةُ بينَ محيطِ الدائرةِ وَطولِ قُطرِها؟

نشاط 1

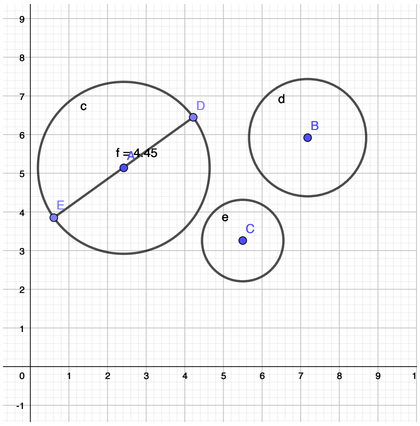
الخُطْوَةُ 1 أرسمُ ثلاثَ دوائرَ بأنصافِ أقطارٍ مختلفةٍ:

- أختارُ أيقونةَ ⦿ Circle: Center & Radius مِنْ شريطِ الأدواتِ.
- أنقرُ زرَّ الفأرةِ الأيسرَ مَعَ السحبِ لرسمِ دائرةٍ مركزُها A.
- أكرّرُ الخطوةَ السابقةَ؛ لأرسمَ دائرتَينِ مركزُ كلٍّ منهُما B وَ C على الترتيبِ.



الخُطْوَةُ 2 أَجِدُ طولَ قُطرِ كلِّ دائرةٍ:

- أختارُ أيقونةَ ⟋ Segment مِنْ شريطِ الأدواتِ.
- أرسمُ قطرًا للدائرةِ A بالنقرِ عليها لتظهرَ نقطةٌ، ثمَّ أنقرُ لأحددَ نقطةً أُخرى على الدائرةِ؛ بحيثُ تمرُّ القطعةُ المستقيمةُ الواصلةُ بينَ النقطتَينِ في المركزِ.
- أختارُ أيقونةَ cm مِنْ شريطِ الأدواتِ، ثمَّ أنقرُ على القُطْرِ الّذي رسمْتُهُ، ليظهرَ طولُهُ.



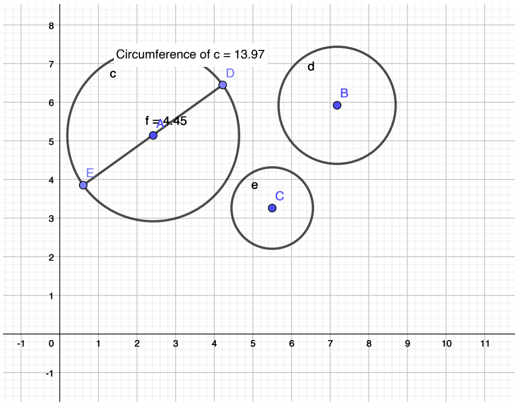
- أكررُ الخطوتَينِ السابقتَينِ لِأرسمَ قطرًا لكلٍّ مِنَ الدائرتَينِ B وَ C، وَأَجِدُ طولَهُ.

- أسجّلُ أطوالَ أقطارِ الدوائرِ الثلاثِ في الجدولِ الآتي:

الدائرةُ	قُطْرُ الدائرةِ (d)	محيطُ الدائرةِ (C)	$\frac{C}{d}$
A			
B			
C			

الْخُطْوَةُ 3

أَجِدُ محيطَ كلِّ دائرةٍ:



- أختارُ أيقونةَ cm مِنْ شريطِ الأدواتِ.
- أنقرُ على الدائرةِ؛ ليظهرَ محيطُها.
- أكتبُ محيطَ كلِّ دائرةٍ في الجدولِ.

الْخُطْوَةُ 4

أَجِدُ النسبةَ بينَ المحيطِ وَالقُطْرِ:

- أستخدمُ الآلةَ الحاسبةَ لِأجدَ النسبةَ بينَ المحيطِ وَالقُطْرِ، بقسمةِ المحيطِ (C) على القُطْرِ (d) لكلِّ دائرةٍ.
- أقرّبُ الناتجَ لأقربِ جزءٍ مِنْ مئةٍ.

أحلّلُ النتائجَ:

- معتمدًا على الجدولِ الّذي أنشأْتُهُ، ماذا ألاحظُ حولَ النِّسَبِ $\frac{C}{d}$ الّتي حصلْتُ عليْها؟
- أكتبُ قاعدةً تربطُ بينَ محيطِ الدائرةِ وطولِ قُطرِها.

أَتدربُ

أستعملُ القاعدةَ الّتي تربطُ بينَ المحيطِ وَطولِ القطرِ وَالّتي حصلْتُ عليها في إيجادِ:

1. محيطِ دائرةٍ قُطْرُها 4 cm
2. طولِ قُطْرِ دائرةٍ محيطُها 9.42 cm
3. هلْ طولُ قُطرِ الدائرةِ وَمحيطُها متناسبانِ طرديًّا؟ أبرّرُ إجابتي.

الدرسُ 1 محيطُ الدائرةِ

فكرةُ الدرسِ

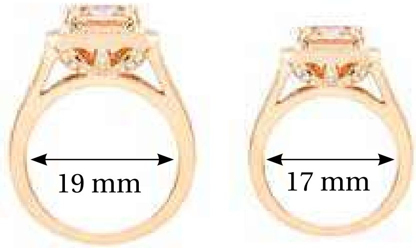
أحسبُ محيطَ الدائرةِ.

المصطلحاتُ

محيطُ الدائرةِ، النسبةُ التقريبيّةُ.

أستكشفُ

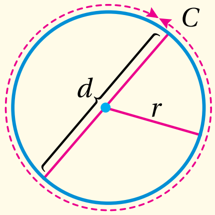
أرادَتْ عُلا شــراءَ خاتَمٍ، إذا كانَ محيطُ إصبَعِهـا 59 mm، أيُّ الخاتَمَيـنِ المجاورَينِ سيناسبُها؟



توصلتُ في النّشاطِ المفاهيميِّ الذي يسبقُ هذا الدرسَ إلى أنَّ نسبةَ محيطِ أيِّ دائرةٍ إلى قُطرِها تساوي تقريبًا 3.14، وَيسمّى هذا العددُ **النســبةَ التقريبيةَ** (pi)، ويعبَّرُ عنْهُ بالرمزِ الإغريقيِّ (π) الّذي تساوي قيمتُهُ ....3.1415926، فالمنازلُ العشريةُ فيهِ لا تنتهي؛ لذا، يُمكنُ اســتخدامُ قيمةٍ تقريبيةٍ لَهُ وَهِيَ 3.14 أَوْ $\frac{22}{7}$، وتُستعمَلُ هذهِ النسبةُ لإيجادِ **محيطِ الدائرةِ** (circumference) وَهُوَ المسافةُ حولَها.

مفهومٌ أساسيٌّ — محيطُ الدائرةِ

- **بالكلماتِ** محيــطُ الدائرةِ (C) يســاوي ناتجَ ضربِ طــولِ القُطْرِ (d) في (π)، أَوْ يســاوي مِثْلَيْ ناتجِ ضربِ طولِ نصفِ القُطْرِ (r) في (π).
- **بالنماذجِ**

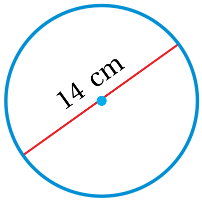


- **بالرموزِ** $C = \pi d$ أَوْ $C = 2\pi r$

مثال 1

أَجِدُ محيطَ كلِّ دائرةٍ ممّا يأتي، وَأستعملُ الآلةَ الحاسبةَ لأتحقّقَ مِنْ صحةِ إجابتي:

①



بما أنَّ 14 أحدُ مضاعفاتِ 7، إذنْ، أستعملُ $\pi \approx \frac{22}{7}$:

$C = \pi d$ صيغةُ محيطِ الدائرةِ

$\approx \frac{22}{7} \times 14$ أُعوِّضُ $\pi \approx \frac{22}{7}$ و $d = 14$

$\approx \frac{22}{\cancel{7}_{1}} \times \cancel{14}^{2}$ أقسمُ على العواملِ المشترَكَةِ

≈ 44 أَجِدُ الناتجَ

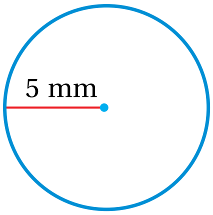
إذنْ، محيطُ الدائرةِ يساوي 44 cm تقريبًا.

أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ العلميةَ لأتحقّقَ مِنْ صحةِ إجابتي على النحوِ الآتي:

SHIFT π × 14 = s⇔d 43.98229715

وَعندَ تقريبِ الإجابةِ لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ، يكونُ المحيطُ 44 cm تقريبًا. إذنْ، إجابتي صحيحةٌ.

2



$C = 2\pi r$ صيغةُ محيطِ الدائرةِ

$\approx 2 \times 3.14 \times 5$ أُعوّضُ $\pi \approx 3.14$ و $r = 5$

≈ 31.4 أَجِدُ الناتجَ

إذنْ، محيطُ الدائرةِ يساوي 31.4 mm تقريبًا.

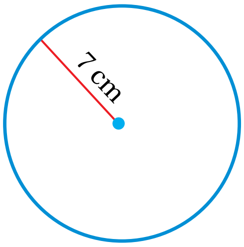
أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ لأتحقّقَ مِنْ صحةِ إجابتي على النحوِ الآتي:

2 SHIFT π × 5 = s⇔d 31.41592654

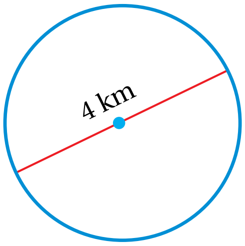
وَعندَ تقريبِ الإجابةِ لأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ، يكونُ المحيطُ 31.4 mm تقريبًا. إذنْ، إجابتي صحيحةٌ.

أتحققُ من فهمي:

3



4



يُمكنُ إيجادُ طولِ نصفِ قُطْرِ الدائرةِ أَوْ طولِ قُطْرِها إذا علمْتُ محيطَها، باستعمالِ خُطواتِ حلِّ المعادَلةِ.

مثال 2

① **أَجِدُ طولَ نصفِ قُطْرِ دائرةٍ محيطُها 18.84 cm، أستعملُ $\pi \approx 3.14$:**

صيغةُ محيطِ الدائرةِ $C = 2\pi r$

أُعوّضُ $\pi \approx 3.14$ و $C = 18.84$: $18.84 = 2 \times 3.14 \times r$

أقسمُ الطرفَينِ على 2×3.14 : $\frac{18.84}{2 \times 3.14} = \frac{2 \times 3.14 \times r}{2 \times 3.14}$

أُبسِّطُ $3 = r$

إذنْ، طولُ نصفِ قُطْرِ الدائرةِ 3 cm

② **أَجِدُ طولَ قُطْرِ دائرةٍ محيطُها 62.8 m، أستعملُ $\pi \approx 3.14$:**

صيغةُ محيطِ الدائرةِ $C = \pi d$

أُعوّضُ $\pi \approx 3.14$ ، $C = 62.8$: $62.8 = 3.14 \times d$

أقسمُ الطرفَينِ على 3.14 : $\frac{62.8}{3.14} = \frac{3.14 \times d}{3.14}$

أُبسِّطُ $20 = d$

إذنْ، طولُ قُطْرِ الدائرةِ يساوي 20 m

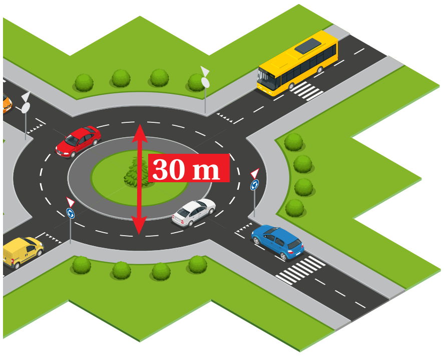
أتحققُ من فهمي:

③ أَجِدُ طولَ نصفِ قُطْرِ دائرةٍ محيطُها 75.36 cm، أستعملُ $\pi \approx 3.14$.

④ أَجِدُ طولَ قُطْرِ دائرةٍ محيطُها 47.1 km، أستعملُ $\pi \approx 3.14$.

يُمكنُ استعمالُ قانونِ محيطِ الدائرةِ في مواقفَ حياتيةٍ متنوعةٍ وَكثيرةٍ.

مثال 3: منَ الحياةِ



دوارٌ مروريٌّ: **تحركَتْ حافلةٌ حَولَ دوّارٍ مُروريٍّ في مسارٍ دائريٍّ طولُ قطرِهِ 30 m، أَجِدُ المسافةَ الّتي قطعَتْها الحافلةُ بعدَ أنْ سارَتْ حولَ الدوارِ المروريِّ مرةً واحدةً.**

المسافةُ الّتي قطعَتْها الحافلةُ تساوي محيطَ المسارِ الدائريِّ، وَبما أنَّهُ على شكلِ دائرةٍ فَينبغي أَنْ أَجِدَ محيطَ الدائرةِ.

صيغةُ محيطِ الدائرةِ $C = \pi d$

أُعوّضُ $d = 30$ و $\pi \approx 3.14$ $\approx 3.14 \times 30$

أَجِدُ الناتجَ ≈ 94.2

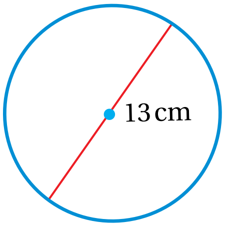
إذنْ، المسافةُ الّتي قطعَتْها الحافلةُ تساوي 94.2 m تقريبًا.

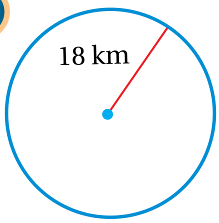
أتحققُ من فهمي:

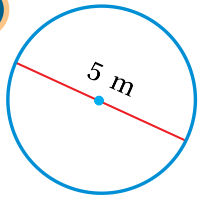
مقودٌ: أَجِدُ محيطَ مقودِ سيّارةٍ إذا كانَ قُطْرُهُ **45 cm**

أتدربُ وأحلُّ المسائلَ

أَجِدُ محيطَ كلِّ دائرةٍ ممّا يأتي، وَأستعملُ الآلةَ الحاسبةَ لأتحقّقَ مِنْ صحةِ إجابتي: (أقرّبُ إجابتي لأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ).

①


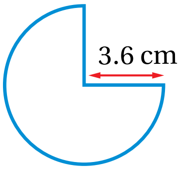
②


③


④ أَجِدُ طولَ نصفِ قُطْرِ دائرةٍ محيطُها 94.2 cm، أستعملُ $\pi \approx 3.14$

⑤ أَجِدُ طولَ قُطْرِ دائرةٍ محيطُها 36.11 m، أستعملُ $\pi \approx 3.14$

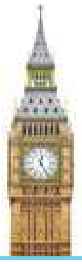
⑥ أَجِدُ محيطَ الشكلِ المجاورِ الّذي يمثّلُ ثلاثةَ أرباعِ دائرةٍ طولُ نصفِ قُطْرِها 3.6 cm



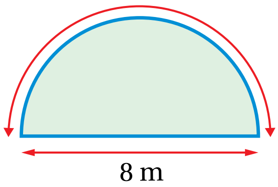
⑦ **ساعةٌ:** يبلغُ قُطْرُ ساعةِ بيغْ بِنْ البريطانيةِ 7 m، أَجِدُ المسافةَ الّتي يقطعُها رأسُ عقربِ الدقائقِ في اليومِ الواحدِ.

معلومة

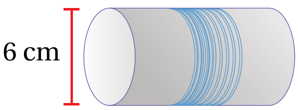
بدأَ عملُ ساعةِ بيغْ بِنْ في لندنَ عامَ 1859 م، وَبيغْ بِنْ اسمُ جرَسِها الضخمِ الّذي يدقُّ كلَّ ساعةٍ.



8 **سياجٌ:** صمّمَ عليٌّ حديقةً على شكلِ نصفِ دائرةٍ قُطْرُها 8 m، وَأرادَ إحاطتَها بِسياجٍ؛ لِإغلاقِها. ما طولُ السياجِ الّذي يلزمُهُ لإغلاقِ الحديقةِ؟ إذا كانَ سعرُ المترِ الواحدِ مِنَ السياجِ 4 JD، أَجِدُ تكلفةَ السياجِ.



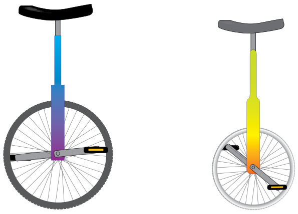
9 **خيطٌ:** بَكَرَةُ خيوطٍ على شكلِ أُسطُوانةٍ طولُ قُطرِها 6 cm، إذا لُفَّ خيطٌ حولَها 150 مرةً. أَجِدُ طولَ الخيطِ.



معلومة

بدأَتْ صناعةُ خيوطِ النسيجِ وَإنتاجُ الغَزْلِ في العصورِ القديمةِ في الهندِ وَالصينِ وَمصرَ، إذْ عُرفَتْ فيها زراعةُ القطنِ.

10 **عَجلةٌ:** يبيّنُ الشكلُ المجاورُ درّاجتَينِ مِنْ ذواتِ العَجلةِ الواحدةِ. إذا كانَ طولُ نصفِ قُطْرِ الدرّاجةِ الأولى 48 cm، وَطولُ نصفِ قُطْرِ الدرّاجةِ الثانيةِ 33 cm. بِكَمْ تزيدُ المسافةُ الّتي تقطعُها العَجلةُ الأولى عَنِ المسافةِ الّتي تقطعُها العَجلةُ الثانيةُ في الدورةِ الواحدةِ لكلٍّ منهُما؟ أُقرّبُ إجابتي لأقربِ سَنتيمترٍ.

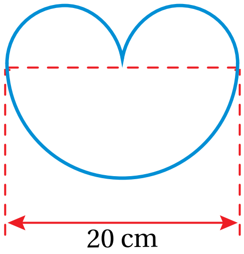


11 صمّمَتْ فادِيةُ مجسَّمًا يشبِهُ شعارَ دورةِ الألعابِ الأولومبيةِ مِنْ حلَقاتٍ بلاستيكيةٍ صنعَتْها بِاستعمالِ أنبوبٍ بلاستيكيٍّ، بحيثُ كانَ طولُ نصفِ قُطرِ كلِّ حلَقةٍ دائريةٍ 75 cm، كَمْ سَنتيمترًا مِنَ الأنبوبِ استعملَتْ فادِيةُ؟

معلومة

ترمزُ الحلَقاتُ الخمسُ المتشابكةُ في شعارِ دورةِ الألعابِ الأولومبيةِ إلى روحِ التضامنِ وَالأخوّةِ بينَ سكانِ الأرضِ، إذْ تُمَثِّلُ كلُّ حلَقةٍ قارّةً مِنْ قارّاتِ العالَمِ.

12 يتكوّنُ الشكلُ المجاورُ مِنْ 3 أنصافِ دوائرَ، إذا علمْتُ أنَّ نصفَي الدائرتَينِ الصغيرتَينِ متطابقانِ، أَجِدُ محيطَ الشكلِ مقرّبًا إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ.



13 **خواتِمُ:** أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ وَأحلُّ المسألةَ.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

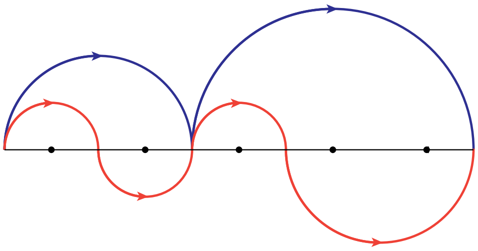
14 **تبريرٌ:** أحددُ ما إذا كانَ محيطُ دائرةٍ طولُ نصفِ قُطْرِها 4 m أقلَّ أَمْ أكبرَ مِنْ 24 m منْ دونِ إجراءِ الحساباتِ، وَأبرّرُ إجابتي.

15 **تبريرٌ:** ركضَ محمودٌ على طولِ المسارِ الأزرقِ، وركضَتْ سميرةُ على طولِ المسارِ الأحمرِ، أيُّهُما قطعَ مسافةً أكبرَ: محمودٌ أَمْ سميرةُ؟ أبرّرُ إجابتي.

علمًا بأنَّ المساراتِ مكونةٌ مِنْ مجموعةٍ مِنْ أنصافِ دوائرَ، والمسافاتِ بينَ النقاطِ متساويةٌ.

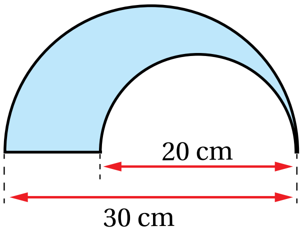
إرشادٌ

أجدُ طولَ كلِّ مسارٍ مستعملًا محيطَ الدائرةِ.



16 **تبريرٌ:** إذا أصبحَ طولُ قُطرِ دائرةٍ مِثْلَيْ طولِ قُطرِها الأصليِّ، ما تأثيرُ ذلكَ في محيطِها؟ أبرّرُ إجابتي.

17 **أكتشفُ الخطأَ:** يتكوّنُ الشكلُ المظلّلُ الآتي مِنْ نِصفَيْ دائرةٍ، طولُ قطرِ الدائرةِ الصغيرةِ 20 cm، وَطولُ قطرِ الدائرةِ الكبيرةِ 30 cm. تقولُ ريما: إنّ محيطَ المنطقةِ المظللةِ 88.5 cm، أمّا عاصمٌ فيقولُ: إنَّ محيطَهَا 78.5 cm، فأيُّ منهُما على صوابٍ؟ أبرّرُ إجابتي.



18 **أكتبُ** كيفَ أَجدُ محيطَ دائرةٍ علمْتُ نصفَ قُطْرِها؟

نشاطٌ مفاهيميٌّ

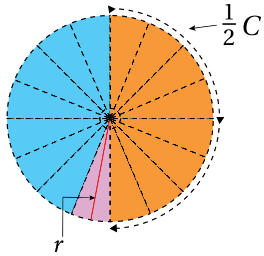
قانونُ مساحةِ الدائرةِ

الهدفُ: أستكشفُ قانونَ مساحةِ الدائرةِ، وعلاقتَهُ بالنسبةِ التقريبيّةِ π .

ما العلاقةُ بينَ مساحةِ الدائرةِ وَطولِ نصفِ قطرِها؟

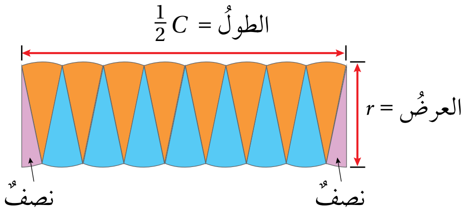
نشاط 1

الخُطوَةُ 1 **أقسمُ قرصًا دائريًّا إلى أجزاءٍ متطابقةٍ:**



- أَثني قُرصًا دائريًّا 4 مراتٍ مِنَ المنتصَفِ؛ لأكوّنَ 16 جزءًا متطابقًا.
- أختارُ أحدَ الأجزاءِ، وَأقسمُهُ جزأينِ متطابقَينِ.
- أسمّي نصفَ قُطرِ الدائرةِ r وَمحيطَها C.

الخُطوَةُ 2 **أكوّنُ مستطيلًا:**



- أقصُّ الأجزاءَ، وَأُعيدُ ترتيبَها لتكوّنَ مستطيلًا كَما في الشكلِ المجاورِ.
- يمثّلُ .... طولَ المستطيلِ، ويمثّلُ .... عرضَهُ.

أتذكر

مساحةُ المستطيلِ = الطولُ × العرضُ

وَبالرّموزِ: $A = l \times w$

حيثُ l: الطولُ، w : العرضُ ،

A: المساحةُ.

الخُطوَةُ 3 **أَجِدُ مساحةَ المستطيلِ الّذي كوّنْتُهُ:**

- أُعوّضُ قيمتَي الطولِ وَالعرضِ الجديدتَينِ اللّتَينِ حصلْتُ عليْهِما مِنَ الخطوةِ 2، في قاعدةِ مساحةِ المستطيلِ $A = l \times w$ ، لأحصلَ على قاعدةٍ جديدةٍ وَهِيَ: ....
- أُعوّضُ $2\pi r$ بدلًا مِنْ C في المعادَلةِ، وَأبسّطُ المعادَلةَ، ثمَّ أَصِفُ الناتجَ.

أتدرب

أستعملُ قاعدةَ المساحةِ الّتي حصلْتُ عليْها في إيجادِ:

1. مساحةِ دائرةٍ طولُ نصفِ قُطْرِها 4 cm
2. مساحةِ دائرةٍ طولُ قُطْرِها 12 km
3. هلِ العلاقةُ بينَ قُطرِ الدائرةِ وَمساحتِها علاقةُ تناسُبٍ؟ أبرّرُ إجابتي.

الدرسُ 2 مساحةُ الدائرةِ

فكرةُ الدرسِ

أحسبُ مساحةَ الدائرةِ.

المصطلحاتُ

مساحةُ الدائرةِ

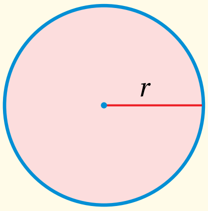
أستكشفُ

أعلنَ محلُّ بيعِ فطائرَ عَنْ عرضٍ لِبيعِ فَطيرةِ بيتزا كبيرةٍ طولُ قطرِها 30 cm بِسعرِ JD 7.99، وَفطيرَتَيْ بيتزا متوسِّطتَينِ طولُ قطرِ كلٍّ واحدةٍ 20 cm بِسعرِ JD 7.99، أيُّ العرضَينِ أفضلُ؟

توصّلْتُ في النّشاطِ المفاهيميِّ الّذي يسبقُ هذا الدرسَ إلى صيغةٍ لِحسابِ **مساحةِ الدائرةِ** (area of a circle)، مستعمِلًا فيها النسبةَ التقريبيّةَ π .

مفهومٌ أساسيٌّ مساحةُ الدائرةِ

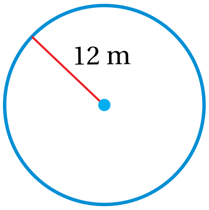
- **بالكلماتِ** مساحةُ الدائرةِ (A) تساوي ناتجَ ضربِ π في مربَّعِ نصفِ القُطْرِ.
- **بالرموزِ** $A = \pi r^2$
- **بالنماذجِ**



مثال 1

أَجِدُ مساحةَ كلِّ دائرةٍ ممّا يأتي، وَأستعملُ الآلةَ الحاسبةَ لأتحقّقَ مِنْ صحةِ إجابتي:

①



صيغةُ مساحةِ الدائرةِ	$A = \pi r^2$
أُعوّضُ $\pi \approx 3.14$ و $r = 12$	$\approx 3.14 \times (12)^2$
أَجِدُ الناتجَ	≈ 452.16

إذنْ، مساحةُ الدائرةِ تساوي $452.16\ m^2$ تقريبًا.

أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ لأتحقّقَ مِنْ صحةِ إجابتي على النحوِ الآتي:

SHIFT π × 12 x^2 = s⇔d 452.3893421

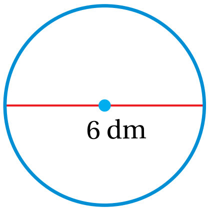
الإجابةُ قريبةٌ. إذنْ، إجابتي صحيحةٌ.

أتذكر

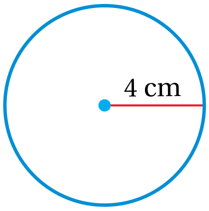
الديسيمترُ (dm)، هِيَ إحدى وحداتِ قياسِ الطولِ، وَتساوي 10 cm

أتحققُ من فهمي:

③



②



يمكنُ إيجادُ طولِ نصفِ قُطْرِ دائرةٍ أَوْ طولِ قُطْرِها إذا علمْتُ مساحتَها، بِاستعمالِ خطواتِ حلِّ المعادَلةِ.

مثال 2

① أَجِدُ طولَ نصفِ قُطْرِ دائرةٍ مساحتُها $1256\ cm^2$، أستعملُ $\pi \approx 3.14$

صيغةُ مساحةِ الدائرةِ	$A = \pi r^2$
أُعوّضُ $\pi \approx 3.14$ و $A = 1256$	$1256 = 3.14 \times r^2$
أقسمُ الطرفَيْنِ على 3.14	$\frac{1256}{3.14} = \frac{3.14 \times r^2}{3.14}$
أُبسّطُ بإيجادِ الجذرِ التربيعيِّ للطرفَيْنِ	$400 = r^2$
$20 \times 20 = 400$	$20 = r$

إذنْ، طولُ نصفِ قُطْرِ الدائرةِ يساوي 20 cm

أتحققُ من فهمي:

② أَجِدُ طولَ نصفِ قُطْرِ دائرةٍ مساحتُها $113.04\ cm^2$، أستعملُ $\pi \approx 3.14$.

③ أَجِدُ طولَ قُطْرِ دائرةٍ مساحتُها $153.86\ m^2$، أستعملُ $\pi \approx 3.14$.

يُمكنُ استخدامُ قانونِ مساحةِ الدائرةِ في مواقفَ حياتيةٍ متنوعةٍ وكثيرةٍ.

مثال 3: منَ الحياةِ

عملةٌ: **يبلغُ قُطْرُ القطعةِ النقديةِ مِنْ فئةِ الخمسةِ قُروشٍ 26 mm تقريبًا، أَجِدُ مساحةَ الوجهِ الظاهرِ منها، وَأقرّبُ إجابتي لِأقربِ عددٍ صحيحٍ.**

قطرُ القطعةِ النقديةِ 26 mm. إذنْ، طولُ نصفِ قُطْرِها 13 mm

صيغةُ مساحةِ الدائرةِ	$A = \pi r^2$
أُعوّضُ $\pi \approx 3.14$ وَ $r = 13$	$\approx 3.14 \times (13)^2$
أَجِدُ الناتجَ	≈ 530.66
أقرّبُ الإجابةَ لِأقربِ عددٍ صحيحٍ	≈ 531

إذنْ، مساحةُ الوجهِ الظاهرِ مِنَ القطعةِ النقديةِ يساوي $531\ \text{mm}^2$ تقريبًا.

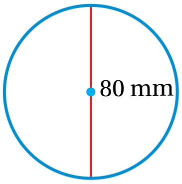
أتحققُ من فهمي:

إشارةٌ: **يبلغُ قُطْرُ إشارةِ منعِ التدخينِ المجاورةِ 20 cm، أَجِدُ مساحتَها، وَأقرّبُ إجابتي لِأقربِ عددٍ صحيحٍ.**

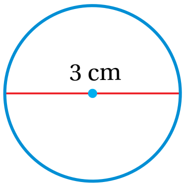
أَتدربُ وأحلُّ المسائلَ

أَجِدُ مساحةَ كلِّ دائرةٍ ممّا يأتي، وَأستعملُ الآلةَ الحاسبةَ لأتحقّقَ مِنْ صحةِ إجابتي:

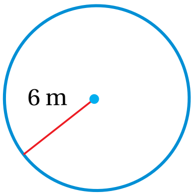
1



2

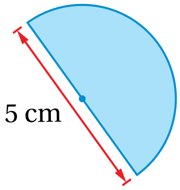


3



4 أَجِدُ طولَ نصفِ قُطْرِ دائرةٍ مساحتُها $314\ \text{cm}^2$، أستعملُ $\pi \approx 3.14$

5 أَجِدُ مساحةَ نصفِ الدائرةِ الظاهرِ في الشكلِ المجاورِ.

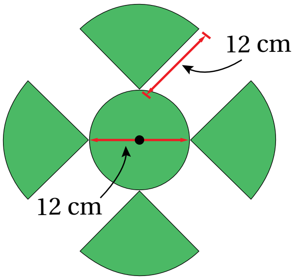


6 **صحةٌ**: إذا كانَ طولُ قُطْرِ الزجاجةِ الدائريةِ في جهازِ قياسِ ضغطِ الدمِ 18 cm، أَجِدُ مساحتَها.

إرشاد

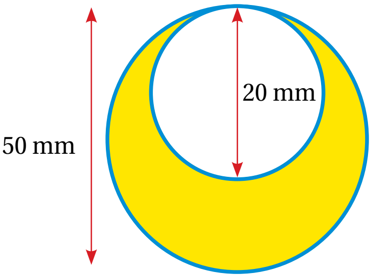
ضغطُ الدّمِ هُوَ قوّةُ دفعِ الدّمِ على جُدرانِ الأوعيةِ الدَّمَويةِ الّتي ينتقلُ خلالَها لإمدادِ كافّةِ أنسجةِ الجسمِ وَأعضائِهِ بالغذاءِ.

7 **مَراوِحُ**: تتكوّنُ المِروحةُ المجاورةُ مِنْ 4 أجزاءٍ متطابقةٍ كلُّ جزءٍ منها على شكلِ رُبُعِ دائرةٍ، ودائرةٍ داخليةٍ، أَجِدُ مساحةَ سطحِ المِروحةِ الخارجيِّ.



8 **درّاجةٌ**: تقطعُ عَجلةُ درّاجةٍ مسافةَ 197 cm في كلِّ دورةٍ كاملةٍ لها، أَجِدُ مساحةَ الدائرةِ الّتي لَها قطرُ العجلةِ نفسُهُ. أقرّبُ إجابتي لِأقربِ عددٍ صحيحٍ.

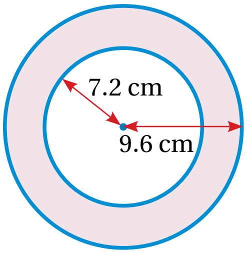
9 **عِقدٌ**: صنعَتْ ريماسُ عِقدًا باستعمالِ دائرتَينِ. لوّنَتْ جزءًا مِنَ العِقدِ باللونِ الأصفرِ مثلَما يظهرُ في الشكلِ المجاورِ، أحسبُ مساحةَ الجزءِ الّذي لوّنَتْهُ ريماسُ مقربًا إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ.



إرشاد

في السؤالَينِ 9 وَ 10، ما العلاقةُ بينَ مساحةِ المنطقةِ المظلّلةِ وَمساحتَي الدائرتَينِ في كلِّ شكلٍ ؟

10 أَجِدُ مساحةَ المنطقةِ المظلَّلةِ في الشكلِ الآتي. أقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ.



11 **فطائرُ**: أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ وَأحلُّ المسألةَ.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

تبريرٌ: أتأمّلُ العبارتَينِ الآتيتَينِ، ثمَّ أصفُهُما بما يناسبُهما ممّا بينَ القوسَينِ (صحيحةٌ دائمًا، صحيحةٌ أحيانًا، ليسَتْ صحيحةً) مبرّرًا إجابتي، مَعَ تدعيمِها بأمثلةٍ دالّةٍ:

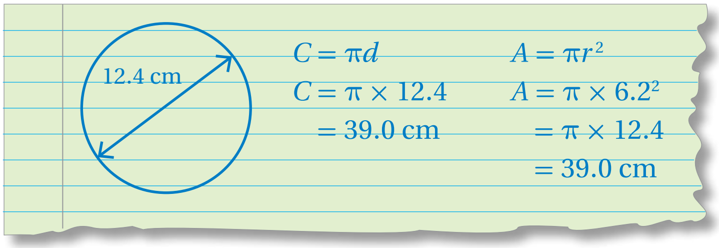
12 محيطُ الدائرةِ أكبرُ مِنْ قُطْرِها.

13 مساحةُ الدائرةِ أكبرُ مِنْ $1\ \text{cm}^2$

إرشاد

ألاحِظُ أنَّ أسامةَ قرّبَ إجابتَهُ لِأقربِ عددٍ صحيحٍ.

14 **أكتشفُ الخطأَ:** أوجدَ أسامةُ محيطَ دائرةٍ طولُ قُطْرِها 12.4 cm وَمساحتَها، فكانَتْ إجابتُهُ كما يأتي:



$C = \pi d$

$C = \pi \times 12.4$

$= 39.0\ \text{cm}$

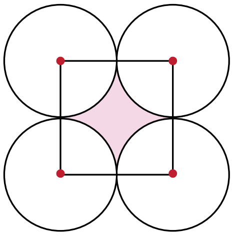
$A = \pi r^2$

$A = \pi \times 6.2^2$

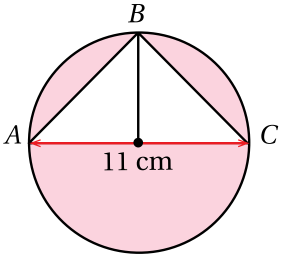
$= \pi \times 12.4$

$= 39.0\ \text{cm}$

أبيّنُ الخطأَ الّذي وقعَ فيهِ أسامةُ، وَأصحّحُهُ.



15 **تحدٍّ:** يبيّنُ الشكلُ المجاورُ 4 دوائرَ متماسّةٍ طولُ نصفِ قُطْرِ كلٍّ منها 6 cm، وُصلَتْ مراكزُ الدوائرِ الأربعةِ لتشكّلَ مربّعًا. أَجِدُ مساحةَ المنطقةِ المظلَّلةِ.



16 **تحدٍّ:** يبيّنُ الشكلُ المجاورُ دائرةً قُطْرُها AC .

أَجِدُ مساحةَ المنطقةِ المظلَّلةِ.

أتذكر

مساحةُ المثلَّثِ تساوي $\frac{1}{2}$ × طولُ القاعدةِ × الارتفاعُ

17 **أكتبُ** كيفَ أَجِدُ مساحةَ دائرةٍ علمْتُ قُطْرَها؟

الدرسُ 3 حجمُ المنشورِ وَالأُسطوانةِ

فكرةُ الدرسِ

أَجِدُ حجمَ المنشورِ وَالأُسطوانةِ.

المصطلحاتُ

الحجمُ، المنشورُ، الأُسطوانةُ.

أستكشفُ

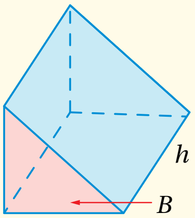
مقياسُ المطرِ أداةٌ تُستخدَمُ لِقياسِ كمّيةِ الأمطارِ الّتي تسقطُ في مكانٍ معيّنٍ في مدةٍ زمنيةٍ محددةٍ، وَيتكوّنُ مِنْ أُنبوبٍ على شكلِ أُسطوانةٍ يعلوها قُمْعٌ. ما كمّيةُ الماءِ الّتي ستملأُ مقياسَ مطرٍ ارتفاعُهُ 30 cm وطولُ نصفِ قُطْرِ قاعدتِهِ 2.5 cm؟

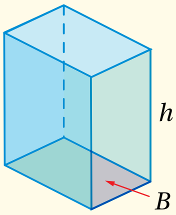
الحجمُ (volume) هُوَ الحيِّزُ الّذي يشغَلُهُ الجسمُ في الفضاءِ، وَيُقاسُ بِالوحداتِ المكعَّبَةِ.

المنشورُ (prism) شكلٌ ثلاثيُّ الأبعادِ لهُ قاعدتانِ مضلّعتانِ متطابقتانِ ومتوازيتانِ. وَيسمّى المنشورُ بحسبِ شكلِ قاعدتِهِ.

مفهومٌ أساسيٌّ — حجمُ المنشورِ

- **بالكلماتِ** حجمُ المنشورِ (V) يساوي ناتجَ ضربِ مساحةِ قاعدتِهِ (B) في ارتفاعِهِ (h).
- **بالرموزِ** $V = Bh$
- **بالنماذجِ**

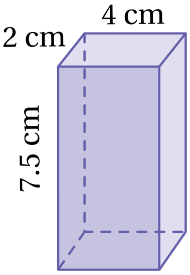




مثال 1

أَجِدُ حجمَ كلِّ منشورٍ ممّا يأتي:

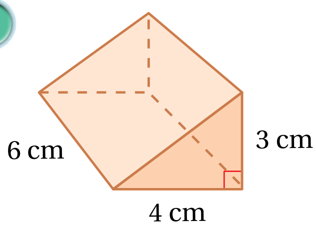
1



صيغةُ حجمِ المنشورِ	$V = Bh$
القاعدةُ مستطيلٌ، إذنْ، $B = l \times w$	$= (l \times w)h$
أُعوّضُ $l = 4, w = 2, h = 7.5$	$= (4 \times 2) \times 7.5$
أَجِدُ الناتجَ	$= 60$

إذنْ، حجمُ المنشورِ يساوي $60\ \text{cm}^3$

2



صيغةُ حجمِ المنشورِ $V = Bh$

القاعدةُ مثلَّثٌ، إذنْ، $B = \frac{1}{2} \times 4 \times 3$ $= (\frac{1}{2} \times 4 \times 3)h$

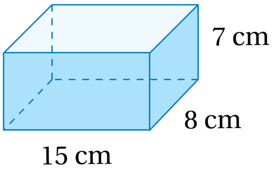
أُعوّضُ $h = 6$ $= (\frac{1}{2} \times 4 \times 3) \times 6$

أَجِدُ الناتجَ $= 36$

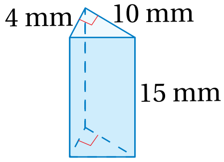
إذنْ، حجمُ المنشورِ يساوي $36\ cm^3$

أتحققُ من فهمي:

3



4



يُمكنُنا استخدامُ قانونِ حجمِ المنشورِ في مواقفَ حياتيةٍ كثيرةٍ ومتنوِّعةٍ.

مثال 2: منَ الحياةِ

زراعةٌ: الزراعةُ الرأسيةُ تكونُ في مبانٍ مُكوَّنةٍ مِنْ طوابقَ متعددةٍ يُستغنى فيها عَنِ التربةِ الزراعيةِ. إذا كانَ أحدُ هذهِ المباني على شكلِ منشورٍ قاعدتُهُ مربعةُ الشكلِ طولُ ضلعِها **60 m**، وَارتفاعُهُ **111 m**، أَجِدُ حجمَ المبنى.

القاعدةُ مربعةُ الشكلِ، إذن؛ أفترضُ أنّ طولَ ضلعِها s

صيغةُ حجمِ المنشورِ $V = Bh$

القاعدةُ مربعةٌ، إذنْ، $B = s^2$ $= (s^2)h$

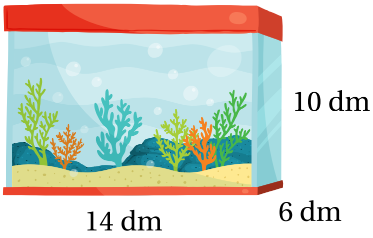
أُعوّضُ $s = 60, h = 111$ $= (60)^2 \times 111$

أَجِدُ الناتجَ $= 399600$

إذنْ، حجمُ المبنى $399600\ m^3$

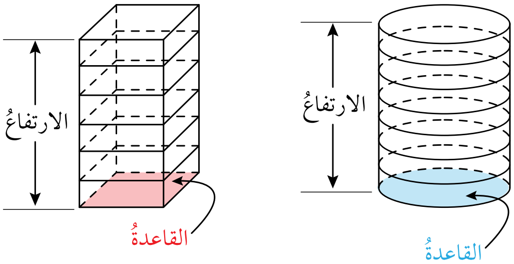
أتحققُ من فهمي:

أحواضٌ: أَجِدُ حجمَ حَوضِ الأسماكِ المجاورِ.



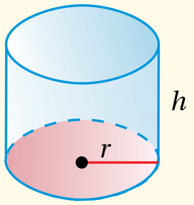
الأُسطوانةُ (cylinder) هِيَ مجسّمٌ لَهُ قاعدتانِ دائريتانِ متطابقتانِ وَمتوازيتانِ، ترتبطانِ معًا بسطحٍ مُنحَنٍ، وَارتفاعُ الأسطوانةِ (h) هُوَ المسافةُ العموديةُ بينَ قاعدَتَيْها، وَيسمّى نصفُ قُطرِ القاعدةِ نصفَ قُطرِ الأُسطوانةِ (r).

عندَ المقارنةِ بينَ أُسطوانةٍ وَمنشورٍ لَهُما الارتفاعُ نفسُهُ، نلاحظُ أنَّ كلا المجسَّمَيْنِ مكوَّنٌ مِنْ قاعدتَينِ، وَلَوْ قسّمْنا المنشورَ وَالأُسطوانةَ إلى طبقاتٍ لَوجدْنا أنَّ مساحةَ سطحِ كلِّ طبقةٍ مساوٍ لمساحةِ القاعدةِ، وَبما أنَّ ارتفاعَ الطبقاتِ مساوٍ لارتفاعِ المنشورِ والأُسطوانةِ، نستنتجُ أنَّهُ يُمكنُ حسابُ حجمِ الأُسطوانةِ بطريقةٍ مشابهةٍ لِطريقةِ حسابِ حجمِ المنشورِ، وَذلكَ بِضربِ مساحةِ قاعدتِها في ارتفاعِها.



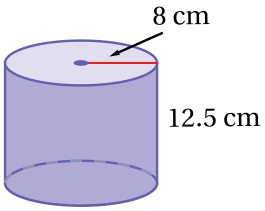
مفهومٌ أساسيٌّ — حجمُ الأُسطوانةِ

- **بالكلماتِ** حجمُ الأُسطوانةِ (V) الّتي نصفُ قُطْرِها (r) يساوي ناتجَ ضربِ مساحةِ قاعدتِها (B) في ارتفاعِها (h)
- **بالرموزِ** $V = Bh$ أوْ $V = \pi r^2 h$
- **بالنماذجِ**



مثال 3

أَجِدُ حجمَ الأُسطوانةِ المجاوِرةِ وَأُقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرة.



صيغةُ حجمِ الأُسطوانةِ $V = \pi r^2 h$

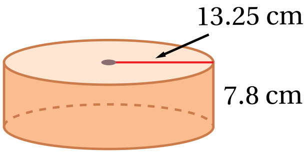
أُعوّضُ $r = 8,\ h = 12.5$ $= \pi(8^2)(12.5)$

أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ SHIFT π × 8 x^2 × 12.5 = S⇔D 2513.274123

إذنْ، حجمُ الأُسطوانةِ يساوي $2513.3\ cm^3$ تقريبًا.

أتحقّقُ من فهمي:

أَجِدُ حجمَ الأُسطوانةِ المجاوِرةِ، وَأُقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ مئةٍ.



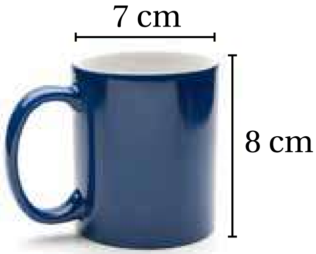
يُمكنُنا استخدامُ قانونِ حجمِ الأُسطوانةِ في مواقفَ حياتيةٍ كثيرةٍ وَمتنوِّعةٍ.

مثال 4: منَ الحياةِ

صوامعُ: الصّومعةُ الأُسطوانيةُ مبنًى مجهَّزٌ لِتخزينِ الحُبوبِ وَحفظِها في مكانٍ آمنٍ بعيدٍ عَنْ أسبابِ الإتلافِ. أَجِدُ حجمَ صومعةٍ يبلغُ ارتفاعُها **30 m** وَطولُ قُطرِها **20 m** ، وَأُقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرة.

صيغةُ حجمِ الأُسطوانةِ	$V = \pi r^2 h$
أُعوّضُ $r = 10$, $h = 30$	$= \pi(10^2)(30)$
أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ	≈ 9424.8

إذنْ، حجمُ الصومعةِ يساوي $9424.8\ \text{m}^3$ تقريبًا.



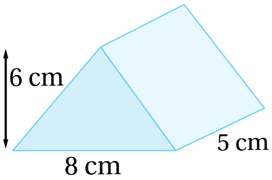
أتحققُ من فهمي:

كوبٌ: كَمْ سَنتيمترًا مكعَّبًا مِنَ القهوةِ يتّسعُ لَهُ الكوبُ المجاوِرُ.

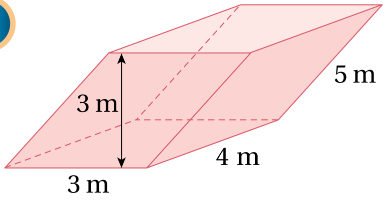
أتدربُ وأحلُّ المسائلَ

أَجِدُ حجمَ كلِّ مجسّمٍ ممّا يأتي:

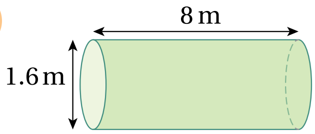
1



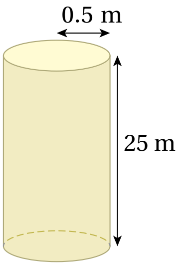
2



3



4



أتذكر

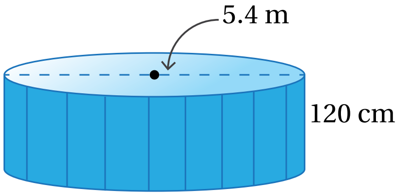
إذا لَمْ تتوافرِ الآلةُ الحاسبةُ يمكنُني استعمالُ قيمةٍ تقريبيةٍ لِـ (π) وَهِيَ 3.14

أَجِدُ حجمَ كلِّ مجسَّمٍ ممّا يأتي:

5 منشورٌ قاعدتُهُ مربعةٌ طولُ ضِلعِها 4 m، وَارتفاعُهُ 15 m

6 أُسطوانةٌ طولُ قطرِها 21.4 dm وَارتفاعُها 33.7 dm

حوضُ سباحةٍ: يبيّن الشكلُ المجاورُ حوضَ سباحةٍ على شكلِ أُسطوانةٍ، طولُ قطرِها 5.4 m، وَارتفاعُهُا 120 cm



7 أَجِدُ حجمَ الحوضِ.

أتذكر

كلُّ $1 m^3$ تساوي 1000 L

8 ما كمّيّةُ الماءِ باللّيترِ الّتي يُمكنُ أنْ يتّسعَ لَها الحوضُ؟

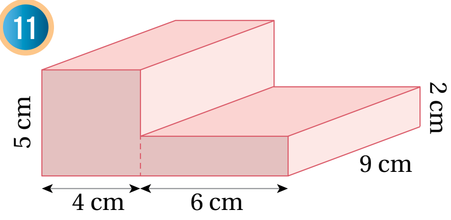
9 ما المدةُ الزمنيّةُ الّتي يحتاجُها الحوضُ حتّى يمتلئَ إذا كانَتْ سرعةُ تعبئتِهِ 50 L/min؟

أَجِدُ حجمَ كلِّ مجسَّمٍ ممّا يأتي:

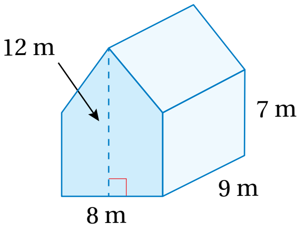
إرشاد

لِأَجِدَ حجمَ مجسَّمٍ مركّبٍ أفكّكُ أجزاءَهُ إلى مجسّماتٍ أعرفُها وَأَجِدُ حجمَ كلِّ جزءٍ، ثمَّ أجدُ مجموعَ الحجومِ التي أوجدْتُها.

11

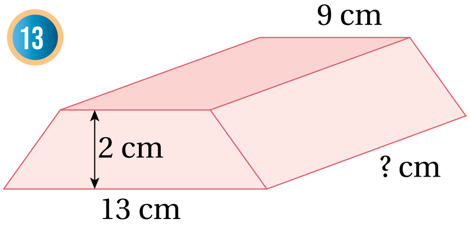


10



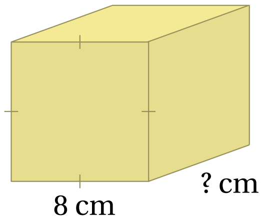
أستعملُ المعلوماتِ الموضَّحةَ على كلِّ شكلٍ ممّا يأتي لإيجادِ البُعدِ المفقودِ:

13



$V = 110 cm^3$

12



$V = 608 cm^3$

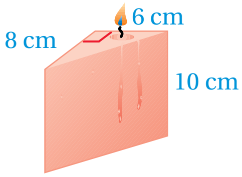
أتذكر

مساحةُ شِبهِ المنحرفِ تساوي $\frac{1}{2}$ × مجموعُ طولَيِ القاعدتَينِ المتوازيتَينِ × الارتفاعُ

14 أمطارٌ: أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ، وَأحلُّ المسألةَ.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

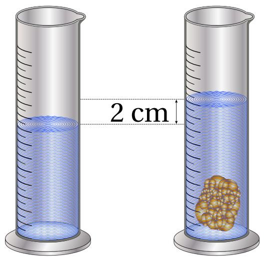
15 **تبريرٌ:** ذوَّبَ كمالٌ منشورًا رباعيًّا مِنَ الشَّمْعِ أبعادُهُ 10 cm, 9 cm, 20 cm لتشكيلِ شمعاتٍ على شكلِ منشورٍ قاعدتُهُ مثلَّثةٌ كَما في الشكلِ المجاورِ. كَمْ شمعةً يستطيعُ كمالٌ أنْ يصنعَ مِنْ كمّيّةِ الشمعِ الّتي لَدَيْهِ؟ أبرّرُ إجابتي.



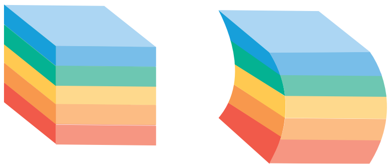
أفكر

ما العلاقةُ بينَ حجمِ الحجرِ وَحجمِ الماءِ المُزاحِ؟

16 **تبريرٌ:** أتأملُ الشكلَ المجاورَ، ثمَّ أصفُ كيفَ يُمكنُني إيجادُ حجمِ الجسمِ المغمورِ بالماءِ، مبررًا إجابتي، علمًا بأنَّ طولَ نصفِ قُطرِ قاعدةِ الدَّورَقِ 1.5 cm، ثمَّ أَجِدُ الحجمَ.



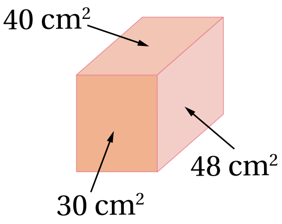
17 **تبريرٌ:** تتكوّنُ كلُّ مجموعةٍ مِنْ أوراقِ التذكيرِ المجاورةِ مِنْ 500 ورقةٍ. هلْ يوجدُ اختلافٌ بينَ حجمَي المجموعتَينِ؟ أبرّرُ إجابتي، ثمّ أَجِدُ حجمَ كلِّ مجموعةٍ، علمًا أنَّ أبعادَ الورقةِ الواحدةِ 6 cm, 6 cm, 0.02 cm



إرشاد

أستخدمُ خطةَ التخمينِ وَالتحققِ لإيجادِ أبعادِ المنشورِ.

18 **تحدٍّ:** منشورٌ قاعدتُهُ على شكلِ مستطيلٍ، وَأبعادُهُ أعدادٌ كلّيةٌ، وَمساحاتُ أوجُهِهِ $30\ cm^2, 40\ cm^2, 48\ cm^2$ أَجِدُ حجمَ المنشورِ موضِّحًا خُطواتِ الحلِّ.



19 **أكتبُ** كيفَ أَجِدُ حجمَ منشورٍ ثلاثيٍّ؟

نشاطٌ مفاهيميٌّ

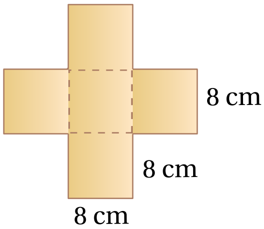
حجمُ الهَرَمِ

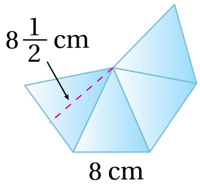
الهدفُ: أستكشفُ العلاقةَ بينَ حجمَيْ هَرَمٍ وَمنشورٍ تتساوى فيهِما مساحةُ القاعدةِ وَالارتفاعُ.

الهَرَمُ (pyramid) هُوَ شكلٌ ثلاثيُّ الأبعادِ، قاعدتُهُ مضلَّعٌ، وَأوجُهُهُ الجانبيةُ مثلَّثاتٌ تشتركُ في نقطةٍ تسمّى الرأسَ.

نشاط 1

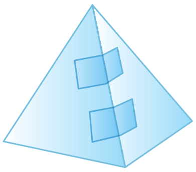
الخُطْوَةُ 1 **أصمّمُ شبكةَ مكعبٍ وَهَرَم:**

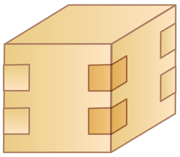




- أصمّمُ شبكةَ مكعّبٍ مفتوحٍ مِنَ الأعلى طولُ ضِلعِهِ 8 cm
- أصمّمُ شبكةَ هَرَمٍ رباعيٍّ مِنْ دونِ قاعدةٍ برسمِ 4 مثلّثاتٍ متطابقةِ الضِّلعَينِ طولُ قاعدةِ كلٍّ منها 8 cm وارتفاعُهُ $8\frac{1}{2}$ cm

الخُطْوَةُ 2 **أنشئ هرمًا ومكعبًا:**

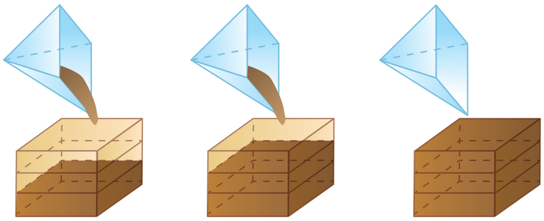




- أقصُّ الشبكاتِ، وَأُلصِقُ الحوافَّ معًا، لِينتجَ مجسَّمُ هَرَمٍ رباعيٍّ وَمكعَّبٌ كَما في الشكلِ المجاورِ.
- أضعُ الهَرَمَ الرباعيَّ وَالمكعَّبَ على الطاولةِ أمامي، وَأقارنُ ارتفاعَيِ المجسَّمَينِ. ماذا ألاحظُ؟
- أضعُ قاعدةَ الهَرَمِ على سطحِ المكعَّبِ، وَأقارنُ قاعدتَيِ المجسَّمَينِ، ماذا ألاحظُ؟

الخُطْوَةُ 3 **أستعملُ الرملَ لِلمقارنةِ بينَ حجمِ الهَرَمِ وَحجمِ المنشورِ:**

- أملأُ الهَرَمَ الرباعيَّ بالرّملِ وَأُفرِغُهُ في المكعَّبِ، وَأكرّرُ العمليةَ حتّى يمتلئَ المكعَّبُ.



أحلّلُ النتائجَ:

- كَمْ مرةً ملأْتُ الهَرَمَ لِتعبئةِ المكعَّبِ؟
- ما العلاقةُ بينَ حجمِ الهَرَمِ وَحجمِ المنشورِ الّذي يتساوى معَهُ في القاعدةِ وَالارتفاعِ؟

أتدربُ

1 أجِدُ حجمَ هَرَمٍ رباعيٍّ يتساوى في القاعدةِ وَالارتفاعِ مَعَ منشورٍ رباعيٍّ حجمُهُ $27\ cm^3$

2 أجِدُ حجمَ هَرَمٍ ثلاثيٍّ يتساوى في القاعدةِ وَالارتفاعِ مَعَ منشورٍ ثلاثيٍّ حجمُهُ $36\ m^3$

الدرسُ 4 حجمُ الهَرَمِ وَالمَخروطِ

فكرةُ الدرسِ

أَجِدُ حجمَ الهَرَمِ وَالمخروطِ.

المصطلحاتُ

المخروطُ

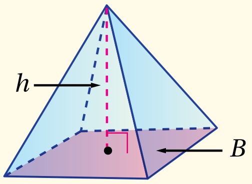
أستكشفُ

يعودُ بناءُ هَرَمِ خوفو إلى العامِ 2560 قبلَ الميلادِ تقريبًا، إذا علمْتُ أنَّ ارتفاعَ هذا الهرَمِ 139 m تقريبًا، وَقاعدتَهُ مربعةُ الشكلِ طولُ ضِلعِها 230 m، فَكَمْ حجمُهُ؟

توصلْتُ في النّشاطِ المفاهيميِّ الّذي يسبقُ هذا الدرسَ إلى أنَّ حجمَ الهَرَمِ يساوي ثُلُثَ حجمِ المنشورِ المُساوي لَهُ في مساحةِ القاعدةِ وَالارتفاعِ.

مفهومٌ أساسيٌّ **حجمُ الهَرَمِ**

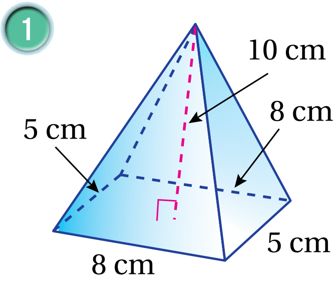
- **بالكلماتِ** حجمُ الهَرَمِ (V) يساوي ثُلُثَ مساحةِ قاعدتِهِ (B) في ارتفاعِهِ (h)
- **بالرموزِ** $V = \frac{1}{3}Bh$
- **بالنماذجِ**



مثال 1

أَجِدُ حجمَ كلِّ هَرَمٍ ممّا يأتي، وَأقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ مئةٍ:

①

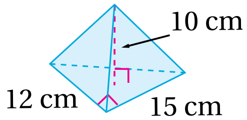


صيغةُ حجمِ الهَرَمِ	$V = \frac{1}{3}Bh$
القاعدةُ مستطيلٌ، إذنْ، $B = l \times w$	$= \frac{1}{3}(l \times w)h$
أُعوّضُ $l = 8 , w = 5 , h = 10$	$= \frac{1}{3}(8 \times 5) \times 10$
أَجِدُ الناتجَ	≈ 133.33

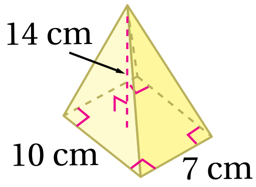
إذنْ، حجمُ الهَرَمِ يساوي 133.33 cm^3 تقريبًا.

أتحققُ من فهمي:

③



②



يُمكنُنا استخدامُ قانونِ حجمِ الهَرَمِ في مواقفَ حياتيةٍ كثيرةٍ ومتنوِّعةٍ.

مثال 2: منَ الحياةِ

محمياتٌ: تتكوّنُ محميةُ موتارت لِلنباتاتِ في كندا مِنْ 4 بيوتٍ زجاجيةٍ كلٌّ منها على شكلِ هَرَمٍ قاعدتُهُ مربعةُ الشكلِ، وَيحتوي كلُّ بيتٍ منها على مُناخٍ مختلِفٍ وَأنواعٍ متبايِنَةٍ مِنَ النباتاتِ. أَجِدُ حجمَ الهَرَمِ الأكبرِ علمًا أنَّ ارتفاعَهُ 24 m، وَطولَ ضِلعِ قاعدتِهِ المربعةِ 25 m

صيغةُ حجمِ الهَرَمِ	$V = \frac{1}{3}Bh$
القاعدةُ مربعةٌ، إذنْ، $B = s^2$	$= \frac{1}{3}(s^2)h$
أُعوِّضُ $s = 25\ ,\ h = 24$	$= \frac{1}{3}(25)^2 \times 24$
أَجِدُ الناتجَ	$= 5000$

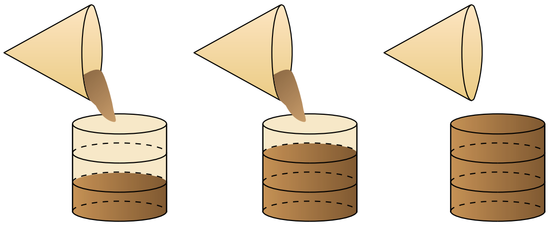
إذنْ، حجمُ الهَرَمِ يساوي $5000\ m^3$

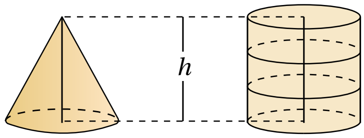
أتحققُ من فهمي:

أَجِــدُ حجمَ أصغرِ هَرَمٍ في المحميّةِ علمًا أنَّ ارتفاعَهُ 18 m وَطولَ ضِلعِ قاعدتِهِ المربعةِ 19.5 m. أقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ.

المخروطُ (cone) هُوَ شكلٌ ثلاثيُّ الأبعادِ، لَهُ قاعدةٌ دائريةٌ واحدةٌ، وَسطحٌ مُنحَنٍ يصلُ القاعدةَ بِالرأسِ.

علاقةُ حجمِ المخروطِ بِحجمِ الأُسطوانةِ مثلُ علاقةِ حجمِ الهَرَمِ بِحجمِ المنشورِ، أيْ أنَّ حجمَ المخروطِ يساوي ثُلُثَ حجمِ الأُسطوانةِ المساويةِ لَهُ في مساحةِ القاعدةِ وَالارتفاعِ.

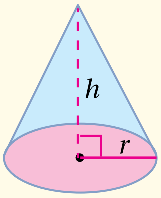




مفهومٌ أساسيٌّ

حجمُ المخروطِ

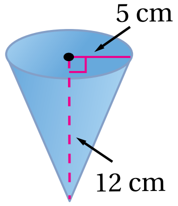
- **بالكلماتِ** حجمُ المخروطِ (V) الّذي طولُ نصفِ قُطرِهِ (r) يساوي ثُلُثَ مساحةِ قاعدتِهِ (B) في ارتفاعِهِ (h)
- **بالرموزِ** $V = \frac{1}{3}Bh$ أوْ $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$
- **بالنماذجِ**



مثال 3

أَجِدُ حجمَ كلِّ مخروطٍ ممّا يأتي، وَأقرّبُ إجابتي إلى أقربِ جزءٍ مِنْ مئةٍ:

①



صيغةُ حجمِ المخروطِ $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

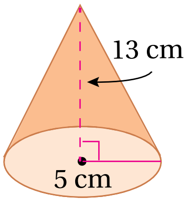
أُعوّضُ $r = 5 , h = 12$ $= \frac{1}{3}\pi(5^2)(12)$

أستعملُ الآلَةَ الحاسبةَ ≈ 314.16

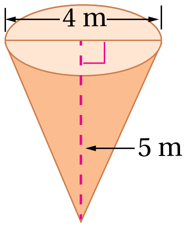
إذنْ، حجمُ المخروطِ يساوي 314.16 cm^3 تقريبًا.

أتحقّقُ من فهمي:

②



③



يُمكنُنا استخدامُ قانونِ حجمِ المخروطِ في مواقفَ حياتيةٍ كثيرةٍ وَمتنوِّعةٍ.

مثال 4: منَ الحياةِ

ملحٌ: مِنْ طرائقِ إنتاجِ الملحِ شَقُّ أقنيةٍ لِجمعِ المياهِ المالحةِ في مسطَّحاتٍ، ثمَّ ترَكِها لِتجفَّ تحتَ أشعةِ الشمسِ، ثمَّ جمعِ المِلْحِ على شكلِ أكوامٍ مخروطيةٍ.

إذا كانَ طولُ قُطرِ كَومَةِ ملحٍ 120 cm وَارتفاعُها 55 cm ، فأَجِدُ حجمَها. أقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ مئةٍ:

بما أنَّ كَومَةَ المِلْحِ على شكلِ مخروطٍ، إذًا أَجِدُ حجمَ المخروطِ.

صيغةُ حجمِ المخروطِ $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

أُعوّضُ $r = 60 , h = 55$ $= \frac{1}{3}\pi(60^2)(55)$

أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ ≈ 207345.12

إذنْ، حجمُ كَومَةِ المِلْحِ يساوي 207345.12 cm^3 تقريبًا.

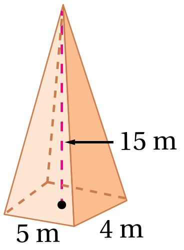
أتحققُ من فهمي:

في المثالِ السابقِ، إذا كانَ طولُ نصفِ قُطرِ كَومَةِ مِلْحٍ 35 cm، وَارتفاعُها 40 cm، أَجِدُ حجمَ الكَومَةِ، وَأقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ.

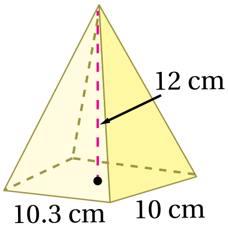
أتدربُ وأحلُّ المسائلَ

أَجِدُ حجمَ كلِّ مجسّمٍ ممّا يأتي، وَأقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ مئةٍ:

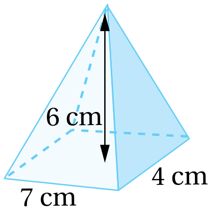
1



2

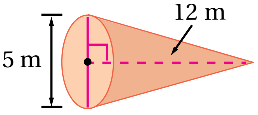


3

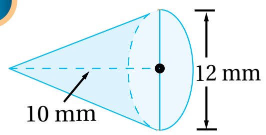


أَجِدُ حجمَ كلِّ مخروطٍ ممّا يأتي، وَأقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ:

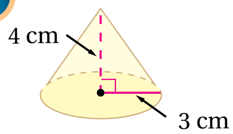
4



5



6



أَجِدُ حجمَ كلِّ مجسَّمٍ ممّا يأتي، وَأقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ:

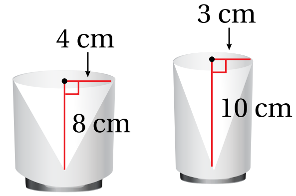
7 هَرَمٌ ارتفاعُهُ 5 dm وَمساحةُ قاعدتِهِ 18 cm^2

8 مخروطٌ طولُ نصفِ قُطرِهِ 4 mm وَارتفاعُهُ 6.5 mm

إرشادٌ

في السؤالِ 7 أنتبهُ إلى توحيدِ الوَحداتِ قبلَ إيجادِ الحجمِ.

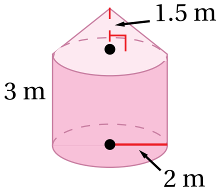
9 **أكوابٌ:** يبيّنُ الشكلُ المجاورُ كوبَينِ، المنطقةُ الداخليةُ في كلٍّ منهُما على شكلِ مخروطٍ. أيُّ الكوبَينِ يتّسعُ لكمّيةٍ أكبرَ مِنَ السائلِ؟ أبرّرُ إجابتي.



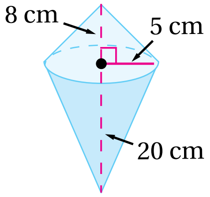
الكوبُ الأولُ الكوبُ الثاني

أَجِدُ حجمَ كلِّ مجسَّمٍ ممّا يأتي، وَأقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ مئةٍ:

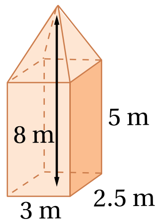
10



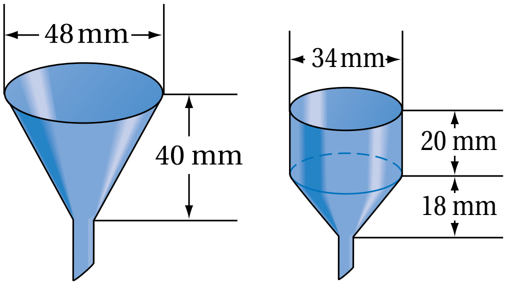
11



12



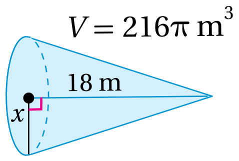
13 **علومٌ:** يبيّنُ الشكلُ المجاورُ قُمعَينِ يُستخدَمانِ في مختبراتِ العلومِ، القُمعُ (1) على شكلِ مخروطٍ، وَالقُمعُ (2) على شكلِ مخروطٍ مَعَ أُسطوانةٍ متصلَةٍ بقاعدتِهِ. أيُّ القُمعَينِ حجمُهُ أكبرُ؟ أبرّرُ إجابتي.



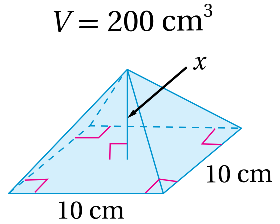
(1) (2)

أستعملُ المعلوماتِ الموضَّحةَ على كلِّ شكلٍ ممّا يأتي لإيجادِ البُعدِ المفقودِ:

15



14



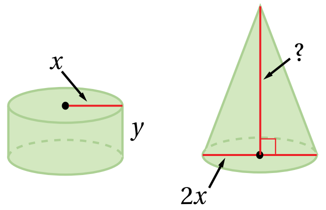
16 **أهرامُ مِصرَ:** أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ وَأحلُّ المسألةَ.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

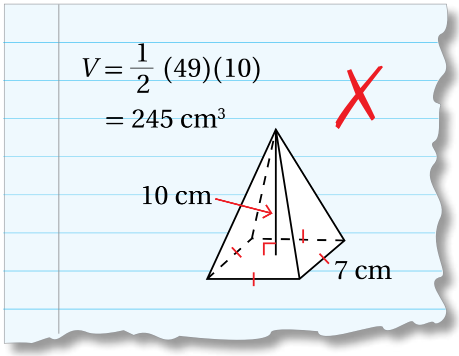
أفكر

كيفَ أوظّفُ حلَّ المعادلاتِ في حلِّ السؤالِ 17؟

17 **تبرير:** يبيّنُ الشكلُ المجاورُ مخروطًا وَأُسطوانةً لَهُما الحجمُ نفسُهُ، ما علاقةُ ارتفاعِ المخروطِ بِارتفاعِ الأُسطوانةِ؟ أبرّرُ إجابتي.

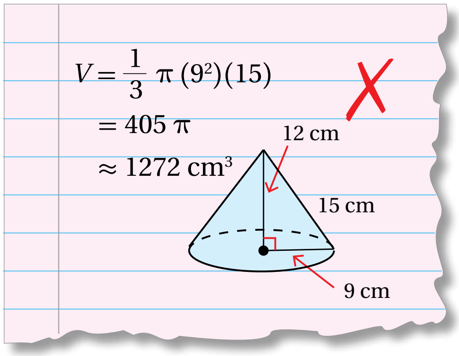


18 **أكتشفُ الخطأَ:** أبيّنُ الخطأَ في إيجادِ حجمِ كلِّ مجسَّمٍ مِنَ المجسَّمَينِ الآتيَينِ، وَأصحّحُهُ.



$V = \frac{1}{2}(49)(10)$

$= 245\ cm^3$



$V = \frac{1}{3}\pi(9^2)(15)$

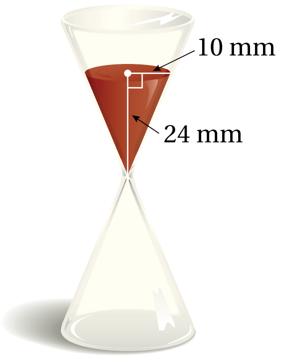
$= 405\pi$

$\approx 1272\ cm^3$

معلومة

استُعمِلَتِ الساعةُ الرمليةُ قديمًا لِقياسِ الوقتِ في الرحلاتِ البحريةِ، وَظلَّتْ قرونًا عدةً تُستَخدمُ على مَتنِ السُّفنِ.

19 **تبرير:** يسقطُ الرّملُ في الساعةِ الرّمليةِ المجاورةِ بِمعدَّلِ $50\ cm^3$ لكلِّ دقيقةٍ. كَمْ مِنَ الوقتِ يحتاجُ الرملُ لِيسقطَ كلُّهُ في الجزءِ السفليِّ؟



20 **أكتبُ** أصفُ العلاقةَ بينَ حجمِ الهَرَمِ وَحجمِ المنشورِ المساوي لَهُ في القاعدةِ وَالارتفاعِ.

الدرسُ 5 مساحةُ سطحِ المنشورِ وَالأُسطوانةِ

فكرةُ الدرسِ

أَجِدُ المساحةَ الجانبيةَ وَالمساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ المنشورِ وَالأُسطوانةِ.

المصطلحاتُ

المساحةُ الجانبيةُ للسطحِ، المساحةُ الكلّيةُ للسطحِ.

أستكشفُ

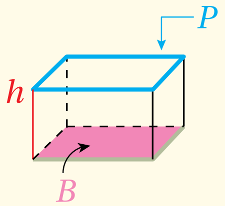
يمثّلُ الجزءُ الأماميُّ مِنْ راصفةِ الطُّرُقِ في الصورةِ المجاورةِ أُسطوانةً طولُها 1.07 m وَطولُ قُطرِ قاعدتِها الدائريةِ 1.28 m، ما المساحةُ الّتي ترصفُها الآليةُ مِنَ الطريقِ في الدورةِ الواحدةِ؟

المساحةُ الكلّيّةُ (total surface area) (S.A) لِسطحِ أيِّ مجسَّمٍ تساوي مجموعَ مساحاتِ أوجُهِهِ جميعِها.

المساحةُ الجانبيةُ (lateral area) (L.A) لِسطحِ المنشورِ هِيَ مجموعُ مساحاتِ أوجُهِهِ الجانبيةِ.

مفهومٌ أساسيٌّ المساحةُ الجانبيةُ وَالمساحةُ الكلّيّةُ لِسطحِ المنشورِ

- **بالكلماتِ** المساحةُ الجانبيةُ ($L.A$) لِسطحِ المنشورِ تساوي ناتجَ ضربِ ارتفاعِ المنشورِ h في محيطِ القاعدةِ P أمّا المساحةُ الكلّيّةُ ($S.A$) لِسطحِ المنشورِ فَتُساوي مجموعَ مساحتِهِ الجانبيةِ وَمساحتَيْ قاعدتَيْهِ.
- **بالنماذجِ**



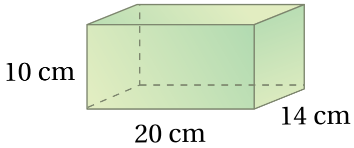
- **بالرموزِ**

$$L.A = Ph$$
$$S.A = L.A + 2B$$

مثال 1

أَجِدُ المساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ كلِّ منشورٍ ممّا يأتي:

①



الخُطوَةُ 1 أَجِدُ محيطَ القاعدةِ:

القاعدةُ مستطيلٌ، إذَنْ، $P = 2l + 2w$	$P = 2l + 2w$
أُعوّضُ $l = 20 , w = 14$	$P = 2(20) + 2(14)$
أَجِدُ الناتجَ	$= 68$

إذَنْ، محيطُ القاعدةِ 68 cm

الخُطوَةُ 2 أَجِدُ المساحةَ الجانبيةَ لِسطحِ المنشورِ:

صيغةُ المساحةِ الجانبيةِ لِسطحِ المنشورِ $L.A = Ph$

أُعوّضُ $p = 68, h = 10$ $= 68 \times 10$

أَجِدُ الناتِجَ $= 680$

إذنْ، المساحةُ الجانبيةُ لِسطحِ المنشورِ 680 cm^2

الخُطوَةُ 3 أَجِدُ مساحةَ القاعدةِ:

صيغةُ مساحةِ المستطيلِ $B = l \times w$

أُعوّضُ $l = 20, w = 14$ $= 20 \times 14$

أَجِدُ الناتِجَ $= 280$

إذنْ، مساحةُ قاعدةِ المنشورِ 280 cm^2

الخُطوَةُ 4 أَجِدُ المساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ المنشورِ:

صيغةُ المساحةِ الكلّيّةِ لِسطحِ المنشورِ $S.A = L.A + 2B$

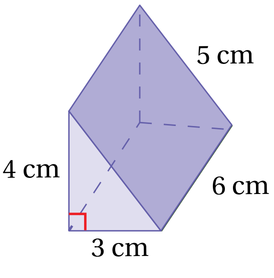
أُعوّضُ $L.A = 680 , B = 280$ $= 680+2(280)$

أَجِدُ الناتِجَ $= 1240$

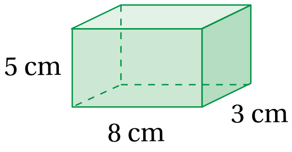
إذنْ، المساحةُ الكلّيّةُ لِسطحِ المنشورِ تساوي 1240 cm^2

أتحققُ من فهمي:

3



2



يُمكنُنا استخدامُ قانونَيِ المساحةِ الجانبيةِ وَالمساحةِ الكلّيةِ لِسطحِ المنشورِ في مواقفَ حياتيةٍ كثيرةٍ ومتنوِّعةٍ.

مثال 2: منَ الحياةِ

ناطحاتُ سحابٍ: المبنى الظاهرُ في الصورةِ على شكلِ خماسيٍّ منتظمٍ ارتفاعُهُ 124 m،وَطولُ ضِلعِ قاعدتِهِ الخماسيةِ 41 m، أَجِدُ المساحةَ الجانبيةَ لِسطحِهِ.

بما أنَّ قاعدةَ المبنى على شكلِ خماسيٍّ منتظمٍ، إذنْ، محيطُ القاعدةِ يساوي ناتجَ ضربِ عددِ الأضلاعِ في طولِ الضِّلعِ الواحدِ.

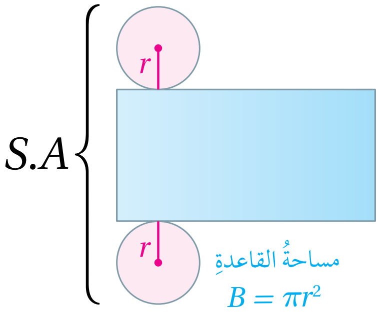
صيغةُ محيطُ الخماسيِّ المنتظَمِ	$P = 5 \times s$
أُعوّضُ $s = 41$	$= 5 \times 41$
أَجِدُ الناتجَ	$= 205$
صيغةُ المساحةِ الجانبيةِ لِسطحِ المنشورِ	$L.A = Ph$
أُعوّضُ $p = 205, h = 124$	$= 205 \times 124$
أَجِدُ الناتجَ	$= 25420$

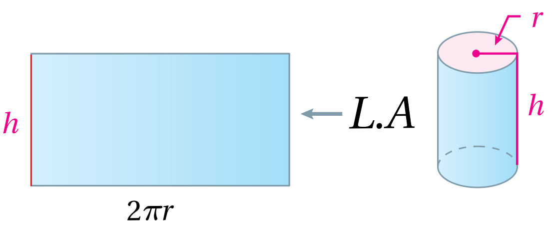
إذنْ، المساحةُ الجانبيةُ لِسطحِ المبنى $25420\ m^2$

أتحققُ من فهمي:

أَجِدُ المساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ المبنى إذا علمْتُ أنَّ مساحةَ قاعدتِهِ $10450\ m^2$

يُمكنُني إيجادُ المساحةِ الكلّيةِ للأُسطوانةِ عَنْ طريقِ شبَكتِها. فَعِندَ فتحِ أُسطوانةٍ، أَجِدُ أنَّ مساحةَ المستطيلِ الناتجِ يساوي المساحةَ الجانبيةَ لِلأُسطوانةِ، وَالمساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِها يساوي مجموعَ مساحتِها الجانبيةِ وَمساحتَيِ القاعدتَينِ.





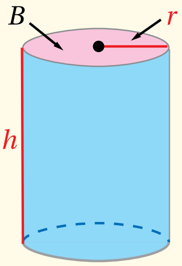
مفهومٌ أساسيٌّ

المساحةُ الجانبيةُ وَالمساحةُ الكلّيّةُ لِسطحِ الأُسطوانةِ

- **بالكلماتِ** المساحةُ الجانبيةُ $(L.A)$ لِسطحِ الأُسطوانةِ هِيَ مساحةُ سطحِها المُنحني، وَتساوي حاصلَ ضربِ محيطِ قاعدتِها في ارتفاعِها.

أمّا المساحةُ الكلّيّةُ $(S.A)$ لِلأُسطوانةِ فتساوي مجموعَ مساحتِها الجانبيةِ وَمساحتَيْ قاعدتَيْها.

- **بالنماذجِ**



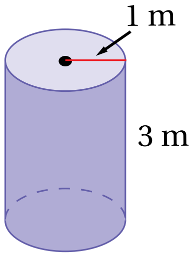
- **بالرموزِ** $L.A = \pi dh$ أَوْ $L.A = 2\pi rh$

$S.A = L.A + 2B$ أَوْ $S.A = 2\pi rh + 2\pi r^2$

مثال 3

أَجِدُ المساحةَ الجانبيةَ وَالمساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ الأُسطوانةِ المجاورةِ. أُقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ مئة.

①

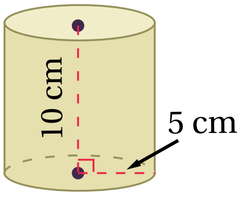


صيغةُ المساحةِ الجانبيةِ لِسطحِ الأُسطوانةِ	$L.A = 2\pi rh$
أُعوّضُ $r = 1, h = 3$	$= 2\pi(1)(3)$
أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ	≈ 18.85
صيغةُ المساحةِ الكلّيّةِ لِسطحِ الأُسطوانةِ	$S.A = 2\pi rh + 2\pi r^2$
أُعوّضُ $L.A = 18.85, r = 1$	$\approx 18.85 + 2\pi\,(1)^2$
أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ	≈ 25.13

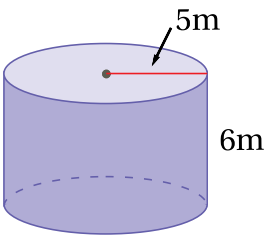
إذنْ، المساحةُ الجانبيةُ لِسطحِ الأُسطوانةِ تساوي $18.85\ m^2$ تقريبًا، وَالمساحةُ الكلّيّةُ لَهُ تساوي $25.13\ m^2$ تقريبًا.

أتحققُ من فهمي:

②

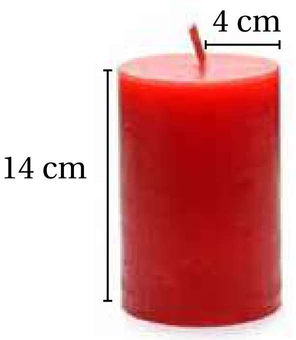


③



يُمكنُنا استخدامُ قانونَي المساحةِ الجانبيةِ وَالمساحةِ الكلّيّةِ لِسطحِ الأُسطوانةِ في مواقفَ حياتيةٍ كثيرةٍ ومتنوعةٍ.

مثال 4: منَ الحياةِ



تغليفٌ: أرادَتْ لمياءُ تغليفَ الشمعةِ المجاورةِ هديةً لِصديقَتِها في عيدِ ميلادِها.

كَمْ سَنتيمترًا مربعًا على الأقلِّ تحتاجُ لمياءُ مِنَ ورقِ التغليفِ؟

أقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ.

بِما أنَّ التغليفَ للشمعةِ كاملةً، إذنْ، أَجِدُ المساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ الأُسطوانةِ:

صيغةُ المساحةِ الجانبيةِ لِسطحِ الأُسطوانةِ $L.A = 2\pi rh$

أُعوّضُ $r = 4\ ,\ h = 14$ $= 2\pi(4)(14)$

أستعملُ الآلَةَ الحاسبةَ ≈ 351.9

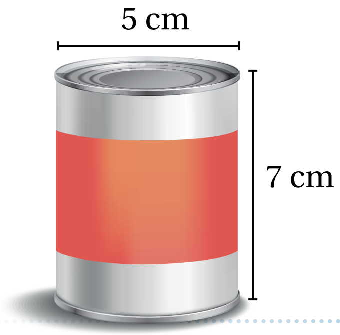
صيغةُ المساحةِ الكلّيّةِ لِسطحِ الأُسطوانةِ $S.A = 2\pi rh + 2\pi r^2$

أُعوّضُ $L.A = 351.9\ ,\ r = 4$ $\approx 351.9 + 2\pi\,(4)^2$

أستعملُ الآلَةَ الحاسبةَ ≈ 452.4

إذنْ، تحتاجُ لمياءُ تقريبًا 452.4 cm^2 على الأقلِّ مِنَ الورقِ لِتغليفِ الشمعةِ.

أتحققُ من فهمي:



علبٌ: يُنتجُ مصنعٌ علبًا أُسطوانيةَ الشكلِ، ارتفاعُ الواحدةِ منها **7 cm**، وَطولُ قُطرِها **5 cm** . أَجِدُ المساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ العُلبةِ.

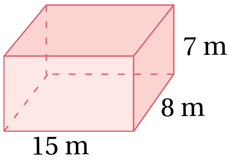
أقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ.

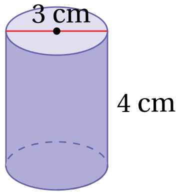
أتدربُ وأحلُّ المسائلَ

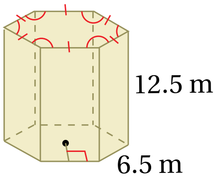
أتذكر

مُحيطُ قاعدةِ المضلعِ المنتظمِ يساوي ناتجَ ضربِ عددِ الأضلاعِ في طولِ الضِّلعِ الواحدِ.

أَجِدُ المساحةَ الجانبيةَ لِسطحِ كلِّ مجسَّمٍ ممّا يأتي:

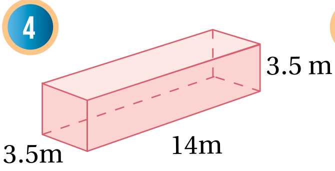
①


②


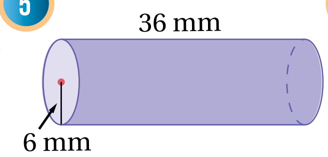
③


أَجِدُ المساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ كلِّ مجسَّمٍ ممّا يأتي:

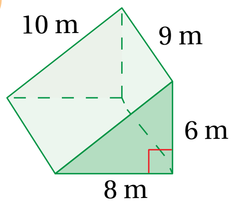
4



5



6



أَجِدُ المساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ كلِّ مجسَّمٍ ممّا يأتي:

7 منشورٌ قاعدتُهُ مستطيلةُ الشكلِ، طولُها 6.2 cm وَعرضُها 4 cm، وَارتفاعُهُ 8.5 cm

8 أُسطوانةٌ طولُ نصفِ قُطرِها 5 mm وَارتفاعُها 15 mm

9 أُسطوانةٌ طولُ قُطرِها 4 m، وَارتفاعُها 20 m

10 **أقلامٌ:** قلمُ تلوينٍ على شكلِ منشورٍ سُداسيٍّ، طولُ ضِلعِ قاعدتِهِ 4 mm، وَارتفاعُهُ 170 mm، أَجِدُ المساحةَ الجانبيةَ لِسطحِ القلمِ.

معلومة

تُصنَعُ الأقلامُ الملوَّنةُ مِنَ الجرافيتِ مَعَ إضافةِ أصباغٍ ومادةٍ شمعيةٍ؛ لِتسهلَ حركتُهُ على السطوحِ.

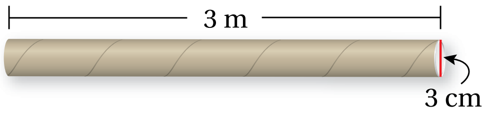
11 **ناطحاتُ سحابٍ:** ناطحةُ سحابٍ على شكلِ منشورٍ قاعدتُهُ مربعةُ الشكلِ طولُ ضِلعِها 64 m، وَارتفاعُهُ 414 m، أَجِدُ المساحةَ الجانبيةَ لِسطحِ ناطحةِ السحابِ.

12 **أبراجٌ:** يبلغُ ارتفاعُ بُرجِ الساعةِ في مكّةَ المكرَّمةِ 250 m تقريبًا، وَهُوَ على شكلِ منشورٍ قاعدتُهُ مربعةُ الشكلِ طولُ ضِلعِها 43 m، أَجِدُ المساحةَ الجانبيةَ لِسطحِ البُرجِ.

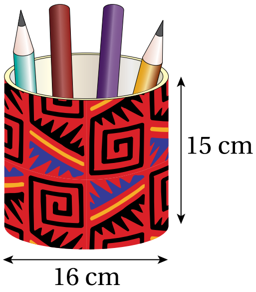
معلومة

تُعَدُّ الساعةُ الواقعةُ أعلى بُرجِ مكّةَ أكبرَ ساعةٍ في العالَمِ، وَيُمكِنُ قراءةُ الوقتِ منها مِنْ بُعدِ سبعةَ عشرَ كيلومترًا.

13 أَجِدُ مساحةَ الكرتونِ اللازمةَ لِصُنعِ الأنبوبِ الآتي:



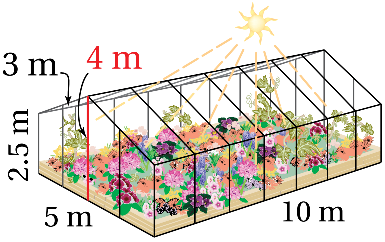
14 **عُلَبٌ**: غَلّفَتْ منارُ جوانبَ عُلبةِ الأقلامِ المجاورةِ وَقاعدتَها بورقٍ للتزيينِ. أَجِدُ مساحةَ ورقِ التغليفِ الّذي استعملَتْهُ منارُ.



إرشاد

لا يوجد وجهٌ عُلويٌّ لِعُلبةِ الأقلامِ.

15 **بيوتٌ زجاجيةٌ**: يبيّنُ الشكلُ المجاورُ بيتًا زجاجيًّا لِلنباتاتِ، أَجِدُ مساحةَ الزجاجِ الّتي استُعمِلَتْ في بناءِ البيتِ.



معلومة

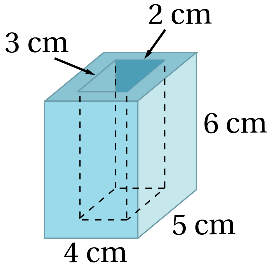
البيتُ الزّجاجيُّ مبنًى مصمَّمٌ لِحمايةِ النباتاتِ غيرِ الموسميةِ مِنَ البُرودةِ القاسيةِ أَوِ الحرارةِ الشديدةِ.

16 **راصفةُ طُرُقٍ**: أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بِدايةَ الدرسِ، وَأحلُّ المسألةَ.

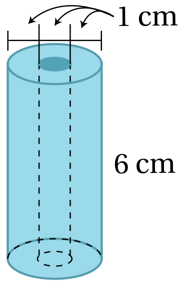
مهاراتُ التفكيرِ العُليا

تحدٍّ: أَجِدُ المساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ كلِّ مجسّمٍ ممّا يأتي:

17



18



إرشاد

في السؤالَين 17 وَ 18، ألاحظُ أنَّ هناكَ جزءًا مفقودًا مِنْ قاعدتَيْ كلِّ مجسَّمٍ.

19 **تبريرٌ**: إذا أصبحَتْ أطوالُ أضلاعِ مكعَّبٍ مِثْلَيْ طولِها الأصليِّ، فَما تأثيرُ ذلكَ في المساحةِ الكلّيّةِ لِسطحِهِ؟ أبرّرُ إجابتي.

20 **أكتشفُ الخطأَ**: يقولُ سيفٌ: إذا تساوى حجما أُسطوانتَينِ، فإنَّهُ يكونُ لَهُما المساحةُ الجانبيةُ نفسُها. هلْ ما يقولُهُ سيفٌ صحيحٌ؟ أبرّرُ إجابتي.

21 **تحدٍّ**: يبيّنُ الشكلُ المجاورُ 4 كراتِ تِنسٍ موضوعةً في عُلبةٍ أُسطوانيةِ الشكلِ. إذا كانَ قُطرُ كلِّ كرةٍ مِنها 7 cm، فَأَجِدُ المساحةَ الجانبيةَ لِسطحِ العُلبةِ، وَأبرّرُ إجابتي.

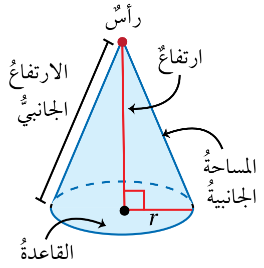
أفكر

ما علاقةُ مجموعِ أطوالِ أقطارِ الكراتِ الأربعِ بِارتفاعِ الأُسطوانةِ؟

22 **أكتبُ** كيفَ أَجِدُ المساحةَ الجانبيةَ وَالمساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ المنشورِ؟

نشاطٌ مفاهيميٌّ

مساحةُ سطحِ المخروطِ

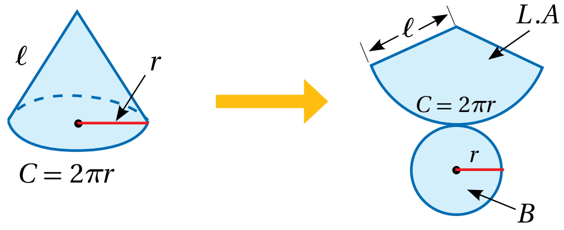


الهدفُ: أستكشفُ المساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ المخروطِ.

الارتفاعُ الجانبيُّ (slant height) (ℓ) لِلمخروطِ هُوَ المسافةُ بينَ الرأسِ وَنقطةٍ على حافةِ القاعدةِ.

نشاط 1

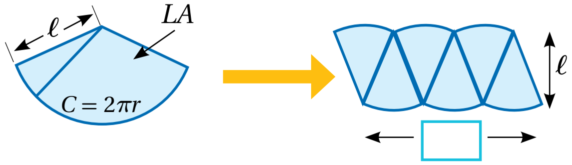
الخُطْوَةُ 1 **أحددُ أبعادَ المخروطِ مِنْ شبكتِهِ:**



- أُحضِرُ مخروطًا وأحددُ أبعادَهُ.
- أقصُّ المخروطَ على طولِ ارتفاعِهِ الجانبيِّ، وَأفتحُهُ لِتشكيلِ شبكةٍ.

الخُطْوَةُ 2 **أكوّنُ متوازيَ أضلاعٍ:**

- أقسمُ السطحَ المنحنيَ للمخروطِ إلى 6 أجزاءٍ متساويةٍ.
- أقصُّ الأجزاءَ، وَأعيدُ ترتيبَها لِتكوّنَ متوازيَ أضلاعٍ كما في الشكلِ المجاورِ.



- أكتبُ مقدارًا جبريًّا يمثّلُ طولَ متوازي الأضلاعِ.

الخُطْوَةُ 3 **أَجِدُ مساحةَ متوازي الأضلاعِ الّذي كوّنْتُهُ:**

- أستخدمُ المقدارَ الجبريَّ الّذي حصلْتُ عليْهِ في الخطوةِ 2؛ لِأكتبَ قاعدةً لِمساحةِ متوازي الأضلاعِ الّتي تمثلُ المساحةَ الجانبيةَ لِسطحِ المخروطِ.
- أكتبُ قاعدةَ المساحةِ الكلّيّةِ لِسطحِ المخروطِ.

أَتدربُ

① أَجِدُ المســاحةَ الجانبيةَ لِســطحِ مخروطٍ طولُ نصفِ قُطرِ قاعدتِهِ 5 cm، وَارتفاعُهُ الجانبيُّ 7 cm، وَأقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ.

② أَجِدُ المســاحةَ الكلّيّةَ لِســطحِ مخروطٍ طولُ قُطرِ قاعدتِــهِ 4 m، وَارتفاعُهُ الجانبيُّ 6.5 m، وَأقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ مئةٍ.

الدرسُ 6 مساحةُ سطحِ الهَرَمِ وَالمخروطِ

فكرةُ الدرسِ

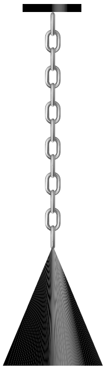
أَجِدُ المساحةَ الجانبيةَ وَالمساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ الهَرَمِ المنتظمِ وَالمخروطِ.

المصطلحاتُ

هَرَمٌ منتظمٌ، الارتفاعُ الجانبيُّ.

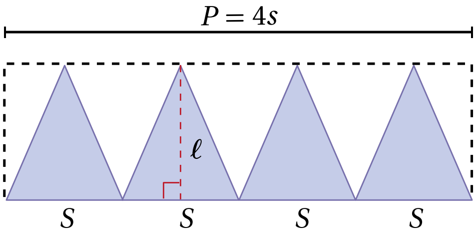
أستكشفُ

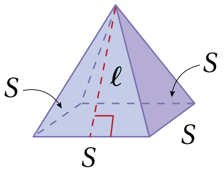
إذا كانَ طولُ نصفِ قُطرِ فتحةِ وحدةِ الإنارةِ المجاورةِ 20 cm، وَارتفاعُها 30 cm، أَجِدُ مساحةَ المعدِنِ الّتي استُخدِمَتْ في تصنيعِ الوحدةِ.



الهَرَمُ المنتظمُ (regular pyramid) هَرَمٌ قاعدتُهُ مضلَّعٌ منتظمٌ، وَأوجهُهُ الجانبيةُ مثلَّثاتٌ متطابقةٌ كلٌّ منها متطابقُ الضِّلعَينِ، وَارتفاعُ كلِّ مثلَّثٍ يُسمّى **الارتفاعَ الجانبيَّ** (ℓ) (slant height) لِلهَرَمِ.

نلاحظُ أنَّهُ عندَ إعادةِ ترتيبِ الأوجُهِ الجانبيةِ لِلهَرَمِ المنتظَمِ؛ فإنَّها تشكّلُ نصفَ مستطيلٍ طولُهُ يساوي محيطَ قاعدةِ الهَرَمِ، وعرضُهُ مُساوٍ لارتفاعِ الهَرَمِ الجانبيِّ، وَعليْهِ، فإنَّ مساحةَ سطحِ الهَرَمِ الجانبيةَ تساوي نصفَ محيطِ القاعدةِ مضروبًا في ارتفاعِهِ الجانبيِّ.

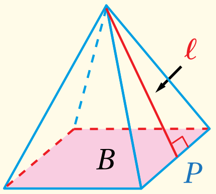




مفهومٌ أساسيٌّ المساحةُ الجانبيةُ وَالمساحةُ الكلّيّةُ لِسطحِ الهَرَمِ

- **بالكلماتِ** المساحةُ الجانبيةُ ($L.A$) لِسطحِ الهَرَمِ المنتظَمِ تساوي نصفَ محيطِ القاعدةِ (P) مضروبًا في الارتفاعِ الجانبيِّ (ℓ). المساحةُ الكلّيّةُ ($S.A$) لِسطحِ الهَرَمِ المنتظَمِ تساوي مجموعَ مساحتِهِ الجانبيةِ وَمساحةِ قاعدتِهِ (B).

- **بالنماذجِ**



- **بالرموزِ**

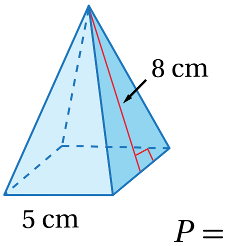
$$L.A = \frac{1}{2} P\ell$$

$$S.A = L.A + B$$

مثال 1

أَجِدُ المساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ كلِّ هَرَمٍ منتظَمٍ ممّا يأتي:

①



الخُطوَةُ ① أَجِدُ محيطَ القاعدةِ وَمساحتَها:

القاعدةُ مربعةٌ، إذنْ: $p = 4 \times s$ $\qquad P = 4 \times 5 = 20 \text{ cm}$

مساحةُ القاعدةِ $B = s^2$ $\qquad B = 5^2 = 25 \text{ cm}^2$

الخُطوَةُ ② أَجِدُ المساحةَ الجانبيةَ لِسطحِ الهَرَمِ المنتظَمِ:

صيغةُ المساحةِ الجانبيةِ لِسطحِ الهَرَمِ $\qquad L.A = \frac{1}{2} P\ell$

أُعوِّضُ $P = 20, \ell = 8$ $\qquad = \frac{1}{2}(20) \times 8$

أَجِدُ الناتجَ $\qquad = 80$

إذنْ، المساحةُ الجانبيةُ لِسطحِ الهَرَمِ تساوي 80 cm^2

الخُطوَةُ ③ أَجِدُ المساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ الهَرَمِ المنتظَمِ:

صيغةُ المساحةِ الكلّيّةِ لِسطحِ الهَرَمِ $\qquad S.A = L.A + B$

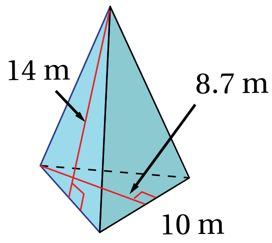
أُعوِّضُ $L.A = 80 , B = 25$ $\qquad = 80 + 25$

أَجِدُ الناتجَ $\qquad = 105$

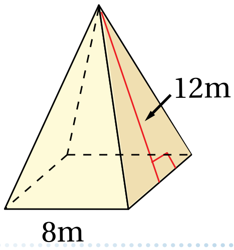
إذنْ، المساحةُ الكلّيّةُ لِسطحِ الهَرَمِ المنتظَمِ تساوي 105 cm^2

أتحققُ من فهمي:

③

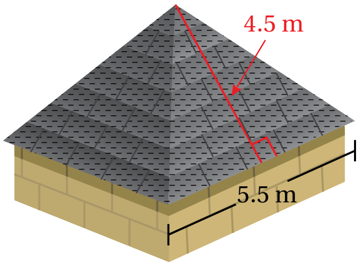


②



يُمكنُنا استخدامُ قانونِ المساحةِ الكلّيةِ لِسطحِ الهَرَمِ في مواقفَ حياتيةٍ كثيرةٍ وَمتنوِّعةٍ.

مثال 2: منَ الحياةِ



منزلٌ: يظهرُ في الشكلِ المجاورِ سقفُ منزلٍ على شكلِ هَرَمٍ رباعيٍّ منتظَمٍ، يُرادُ تغطيتُهُ بِقطعٍ خشبيةٍ مساحةُ كلٍّ منها 2.5 m^2 . كَمْ قطعةً خشبيةً نحتاجُ لِتغطيةِ السقفِ؟

أَجِدُ المساحةَ الجانبيةَ لِسطحِ الهَرَمِ:

القاعدةُ مربعةٌ، إذنْ: $p = 4 \times s$

$$P = 4 \times 5.5 = 22 \text{ m}$$

صيغةُ المساحةِ الجانبيةِ لِسطحِ الهَرَمِ

$$L.A = \frac{1}{2}P\ell$$

أُعوّضُ $P = 22 \ , \ \ell = 4.5$

$$= \frac{1}{2}(22)(4.5)$$

أَجِدُ الناتجَ

$$= 49.5$$

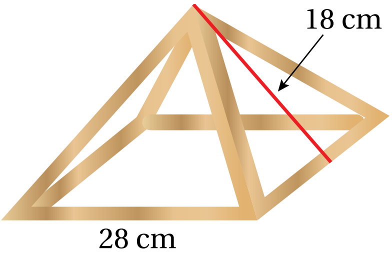
إذنْ، المساحةُ الجانبيةُ لِلسطحِ تساوي 49.5 m^2

وَبما أنَّ القطعةَ الخشبيةَ الواحدةَ تغطّي مساحةَ 2.5 m^2، فَيمكنُ إيجادُ عددِ القِطعِ الّتي نحتاجُها لتغطيةِ السطحِ بِقسمةِ مساحةِ السطحِ على مساحةِ القطعةِ الخشبيةِ الواحدةِ:

$$49.5 \div 2.5 = 19.8$$

إذنْ، نحتاجُ 20 قطعةً خشبيةً تقريبًا لِتغطيةِ سطحِ المنزلِ.

أتحققُ من فهمي:



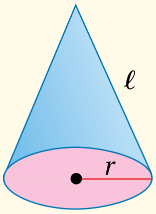
خيمةٌ: صمّمَ ينالُ الهَرَمَ المجاورَ الّذي يمثّلُ الأعمدةَ الأساسيةَ لِنموذجِ خيمةٍ، ما مساحةُ القُماشِ الّتي يحتاجُها لِإكمالِ النموذجِ وَتغطيةِ الأعمدةِ؟

توصلْتُ في النّشاطِ المفاهيميِّ الّذي يسبقُ هذا الدرسَ إلى أنَّ المساحةَ الجانبيةَ لِلمخروطِ تساوي نصفَ محيطِ قاعدتِهِ في ارتفاعِهِ الجانبيِّ، وَأنَّ مساحتَهُ الكلّيّةَ هِيَ مجموعُ المساحةِ الجانبيةِ وَمساحةِ قاعدتِهِ.

مفهومٌ أساسيٌّ   المساحةُ الجانبيةُ وَالمساحةُ الكلّيّةُ لِسطحِ المخروطِ

- **بالكلماتِ** المساحةُ الجانبيةُ ($L.A$) لِسطحِ المخروطِ تساوي ناتجَ ضربِ نصفِ محيطِ قاعدةِ مخروطٍ طولُ نصفِ قُطرِها (r) في الارتفاعِ الجانبيِّ (ℓ) لَهُ.
أمّا المساحةُ الكلّيّةُ ($S.A$) لِسطحِ المخروطِ فَتُساوي مجموعَ مساحتِهِ الجانبيةِ وَمساحةِ القاعدةِ.

- **بالنماذجِ**



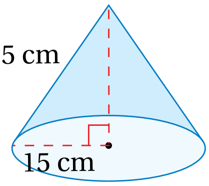
- **بالرموزِ**

$$L.A = \pi r\ell$$
$$S.A = L.A + B$$

مثال 3

أَجِدُ المساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ كلِّ مخروطٍ ممّا يأتي، وَأقرّبُ الإجابةَ لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ:

1



الخُطوةُ 1 أَجِدُ المساحةَ الجانبيةَ لِسطحِ المخروطِ:

صيغةُ المساحةِ الجانبيةِ لِسطحِ المخروطِ	$L.A = \pi r\ell$
أُعوّضُ $r = 15, \ell = 25$	$= \pi(15)(25)$
أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ	≈ 1178.1

إذنْ، المساحةُ الجانبيةُ لِسطحِ المخروطِ تساوي 1178.1 cm^2

الخُطوةُ 2 أَجِدُ مساحةَ القاعدةِ:

صيغةُ مساحةِ الدائرةِ	$B = \pi r^2$
أُعوّضُ $r = 15$	$= \pi(15^2)$
أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ	≈ 706.9

إذنْ، مساحةُ القاعدةِ 706.9 cm^2

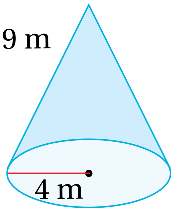
الخُطْـوَةُ 3 أَجِدُ المساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ المخروطِ:

صيغةُ مساحةِ سطحِ المخروطِ	$S.A = L.A + B$
أُعوّضُ $L.A = 1178.1\ , B = 706.9$	$= 1178.1 + 706.9$
أَجِدُ الناتجَ	$= 1885$

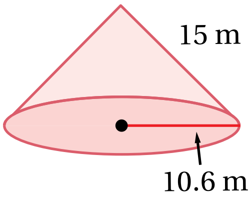
إذنْ، المساحةُ الكلّيّةُ لِسطحِ المخروطِ تساوي $1885\ cm^2$ تقريبًا.

أتحققُ من فهمي:

③



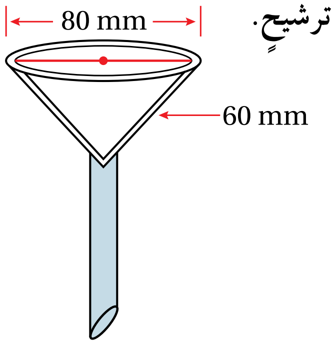
②



يُمكنُنا استخدامُ قانونِ المساحةِ الكلّيةِ لِسطحِ المخروطِ في مواقفَ حياتيةٍ كثيرةٍ وَمتنوِّعةٍ.

مثال 4: منَ الحياةِ

كيمياءُ: تُستخدَمُ في بعضِ التجاربِ الكيميائيةِ أقماعٌ على شكلِ مخروطٍ يوضَعُ بِداخلِها ورقُ ترشيحٍ. أَجِدُ مساحةَ ورقِ الترشيحِ اللازمةَ لِلقُمعِ المجاورِ. أقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ.



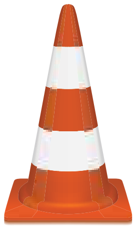
أَجِدُ المساحةَ الجانبيةَ لِسطحِ المخروطِ:

صيغةُ المساحةِ الجانبيةِ لِسطحِ المخروطِ	$L.A = \pi r\ell$
أُعوّضُ $r = 40, \ell = 60$	$= \pi\,(40)(60)$
أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ	≈ 7539.8

إذنْ، مساحةُ ورقِ الترشيحِ تساوي $7539.8\ mm^2$ تقريبًا.

أتحققُ من فهمي:

مخروطُ مرورٍ: مخروطُ مرورٍ طولُ نصفِ قُطرِ قاعدتِهِ **25 cm** وَارتفاعُهُ الجانبيُّ **75 cm**. أَجِدُ المساحةَ الجانبيةَ لِسطحِ المخروطِ. أقرّبُ إجابتي لِأقربِ عددٍ صحيحٍ.



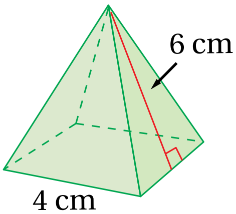
أتدربُ وأحلُّ المسائلَ

أتذكر

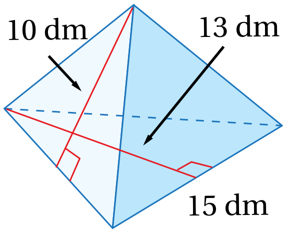
الهَرَمُ المنتظَمُ هَرَمٌ قاعدتُهُ مضلَّعٌ منتظَمٌ.

أَجِدُ المساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ كلِّ هَرَمٍ منتظَمٍ ممّا يأتي:

1

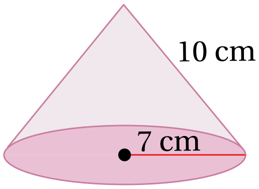


2

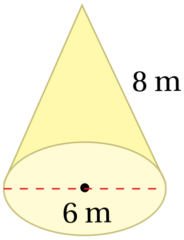


أَجِدُ المساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ كلِّ مخروطٍ ممّا يأتي:

3



4



أَجِدُ المساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ كلِّ مجسَّمٍ ممّا يأتي:

5 هَرَمٌ رباعيٌّ منتظَمٌ طولُ قاعدتِهِ 5 m، وَارتفاعُهُ الجانبيُّ 6 m

6 مخروطٌ طولُ نصفِ قُطرِ قاعدتِهِ 16 m، وَارتفاعُهُ الجانبيُّ 28 m

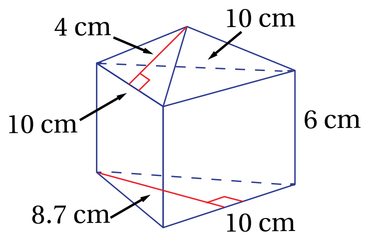
أتذكر

inch وحدةُ قياسٍ لِلطولِ وَاختصارُها in وَتعادلُ 2.54 cm

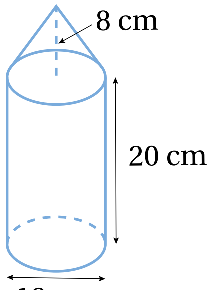
7 **مصباحُ طاولةٍ:** قاعدةُ غطاءِ مصباحِ الطاولةِ المجاورِ على شكلِ هَرَمٍ سُداسيٍّ منتظَمٍ طولُ ضِلعِهِ 8 in ، أقدّرُ مساحةَ الزجاجِ اللازمةَ لِصنعِ الغطاءِ.

أَجِدُ المساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ كلِّ مجسَّمٍ ممّا يأتي:

8



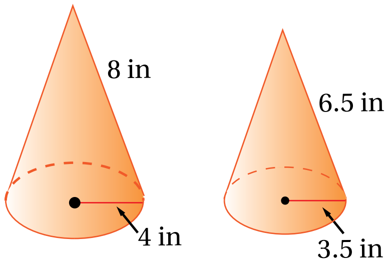
9



أفكر

في السؤالَين 8 وَ 9، كَمْ قاعدةً للشكلِ يلزمُ حسابُ مساحتِها لإيجادِ المساحةِ الكلّيةِ لِسطحِ كلِّ مجسَّمٍ؟

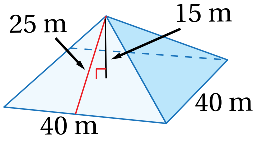
10 **أقماعٌ:** صُنِّعَ القُمعانِ المجاورانِ مِنَ البلاستيكِ، أَجِدُ الفرقَ بينَ مساحتَي البلاستيكِ المستخدَمةِ في صُنعِ القمعَينِ. أقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ.



11 **وحداتُ إنارةٍ:** أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ، وَأحلُّ المسألةَ.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

12 **أكتشفُ الخطأَ:** أوجدَ جمالٌ المساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ الهَرَمِ المجاورِ، وَكانَ حلُّهُ كَالآتي:



$$S.A = 40^2 + \frac{1}{2}(160)(15)$$
$$= 1600 + 1200$$
$$= 2800\ m^2$$

أبيّنُ الخطأَ الّذي وقعَ فيهِ جمالٌ، وَأصحّحُهُ.

13 **تبريرٌ:** أَيُّهما أطولُ؛ ارتفاعُ الهَرَمِ المنتظَمِ، أَمِ ارتفاعُهُ الجانبيُّ؟ أبرّرُ إجابتي.

14 **تبريرٌ:** إذا تقلّصَ نصفُ قُطرِ قاعدةِ مخروطٍ إلى النصفِ وَبقيَ الارتفاعُ نفسُهُ. ما تأثيرُ ذلكَ في المساحةِ الجانبيةِ لِسطحِ المخروطِ؟ أبرّرُ إجابتي.

إرشاد

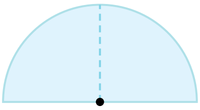
يمكنُني تعويضُ نصفِ قُطرِ القاعدةِ الجديدةِ في قاعدةِ المساحةِ الجانبيةِ، ثمَّ ملاحظةُ تأثيرِهِ.

15 **أكتبُ** كيفَ أَجِدُ المساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ المخروطِ؟

اختبارُ الوحدةِ

أختارُ رمزَ الإجابةِ الصحيحةِ لِكلٍّ ممّا يأتي:

1 الصيغةُ الّتي تعبّرُ عَنْ مساحةِ الشكلِ المجاورِ:



a) $2\pi r$ **b)** πr^2

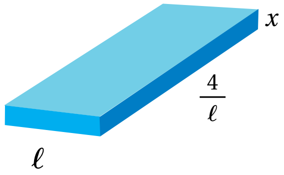
c) $\frac{1}{2}\pi$ **d)** $\frac{1}{2}\pi r^2$

2 دائرةٌ محيطُها 20π cm، فَإنَّ طولَ نصفِ قُطرِها يساوي:

a) 4.5 cm **b)** 10 cm

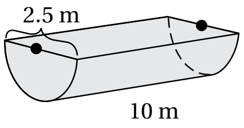
c) 20 cm **d)** 17.5 cm

3 إذا كانَ حجمُ المنشورِ المجاورِ يساوي 1، فَإنَّ قيمةَ x تساوي:



a) $\frac{1}{4}$ **b)** $\frac{\ell}{4}$ **c)** ℓ **d)** 4

4 حجمُ المجسَّمِ المجاورِ يساوي:



a) 24.5 m³ **b)** 20.5 m³

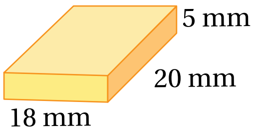
c) 48 m³ **c)** 49 m³

5 المساحةُ الكلّيّةُ لِأُسطوانةٍ ارتفاعُها 30.5 cm وَطولُ نصفِ قُطرِها 3 cm، حيثُ باي 3.14 (مقرّبًا إجابتي لأقربِ جزءٍ مِنْ مئةٍ) تساوي:

a) 274.90 cm² **b)** 603.19 cm²

c) 631.14 cm² **c)** 688.01 cm²

6 المساحةُ الكلّيّةُ لِلصُّندوقِ المجاورِ:

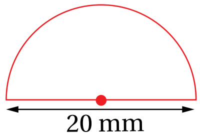


a) 380 mm² **b)** 900 mm²

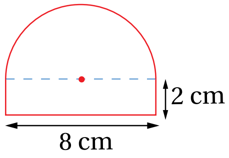
c) 1100 mm² **c)** 1800 mm²

أَجِدُ محيطَ كلِّ شكلٍ مِنَ الشكلَينِ الآتيَينِ:

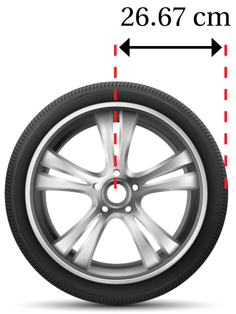
7



8

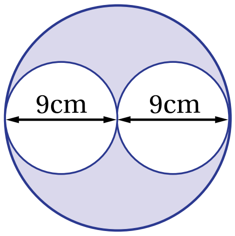


9 عَجلةٌ دائريةٌ طولُ نصفِ قُطرِها 26.67 cm، كَمْ دورةً تدورُ العَجلةُ عندَما تقطعُ السيارةُ مسافةَ 335.28 m؟



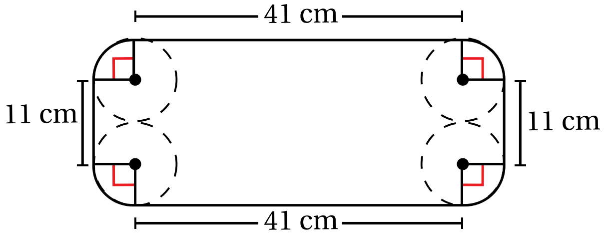
10 أَجِدُ الفــرقَ بينَ محيطِ مربّعٍ طــولُ ضِلعِهِ 12 cm، وَمحيــطِ دائرةٍ طولُ قُطرِهــا 12 cm، أقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ.

11 أَجِدُ مساحةَ المنطقةِ المظلّلةِ في الشكلِ الآتي:

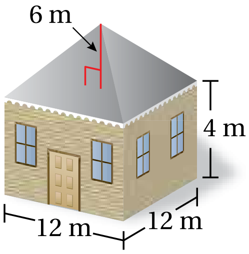


12 منشورٌ قاعدتُهُ مستطيلةُ الشكلِ، طولُهُ 4.2 m، وَعرضُهُ 3.2 m، وَحجمُهُ $83.3\ \text{m}^3$، أَجِدُ ارتفاعَهُ.

13 أَجِدُ محيطَ الشكلِ الآتي علمًا بِأنَّ الدوائرَ الأربعةَ في الشكلِ متطابقةٌ :

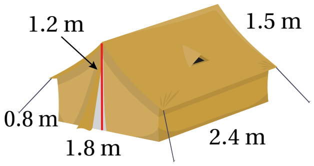


14 أَجِدُ حجمَ المنزلِ المجاورِ.



15 قمّةُ بُرجٍ على شكلِ مخروطٍ ارتفاعُهُ الجانبيُّ 33.5 m وَطولُ نصفِ قُطرِ قاعدتِهِ 15 m، أَجِدُ المساحةَ الجانبيةَ لِقمّةِ البُرجِ.

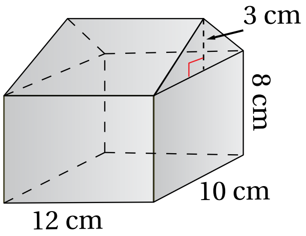
16 أَجِدُ مساحةَ القُماشِ اللازمةَ لِصُنعِ الخيمةِ المجاورةِ.



17 مبنًى على شكلِ هَرَمٍ سُداسيٍّ منتظَمٍ، طولُ ضِلعِ قاعدتِهِ 8 m، وَارتفاعُهُ الجانبيُّ 14 m، أَجِدُ المساحةَ الجانبيةَ لِسطحِ المبنى.

تدريبٌ على الاختباراتِ الدَّوْليّةِ:

18 حجمُ المجسَّمِ المجاورِ يساوي:



a) 1080 cm^3
b) 1320 cm^3
c) 960 cm^3
d) 1140 cm^3

19 أيُّ الآتيةِ يُعَدُّ أفضلَ تقديرٍ لِحجمِ مكعَّبٍ طولُ ضِلعِهِ 18.79 mm؟

a) 80 mm^3
b) 800 mm^3
c) 8000 mm^3
d) 80000 mm^3

20 المساحةُ الكلّيّةُ لِسطحِ أُسطوانةٍ طولُ قُطرِها 15 cm وَارتفاعُها 2 cm تساوي تقريبًا:

a) 30 cm^2
b) 117.8 cm^2
c) 353.4 cm^2
d) 447.5 cm^2

21 المساحةُ الكليةُ لِسطحِ مخروطٍ طولُ نصفِ قطرِ قاعدتِهِ 7 cm، وَارتفاعُهُ الجانبيُّ 11.4 cm تساوي تقريبًا:

a) 153.9 cm^2
b) 250.7 cm^2
c) 272.7 cm^2
d) 404.6 cm^2

22 المساحةُ الجانبيةُ لِسطحِ هَرَمٍ رباعيٍّ منتظَمٍ طولُ ضِلعِ قاعدتِهِ 5 cm، وَارتفاعُهُ الجانبيُّ 7 cm يساوي:

a) 17.5 cm^2
b) 35 cm^2
c) 70 cm^2
d) 95 cm^2

الوحدةُ 8

الإحصاءُ وَالاحتمالاتُ

ما أَهميَّةُ هذهِ الوحدةِ؟

لِلإحصاءِ أهميةٌ كبيرةٌ في حياتِنا، فَهُوَ يساعدُ على تنظيمِ البياناتِ وَتحليلِها، وَاتخاذِ القراراتِ الصحيحةِ اعتمادًا على البياناتِ المتاحةِ. وَفي هذِهِ الوَحدةِ سوفَ أتعلمُ الكثيرَ حولَ تمثيلِ البياناتِ وَتحليلِها بِاستعمالِ مقاييسِ النزعةِ المركزيةِ وَكتابةِ استنتاجاتٍ دقيقةٍ.

تعلّمتُ سابِقًا:

- ✓ تمثيلَ البياناتِ في جداولَ تكراريةٍ.
- ✓ حسابَ الوسطِ الحسابيِّ.
- ✓ حسابَ الوسيطِ وَالمنوالِ وَالمدى.
- ✓ حسابَ احتمالاتِ الحوادثِ البسيطةِ.

سأتعلّمُ في هذهِ الوحدةِ:

- تمثيلَ البياناتِ باستعمالِ الساقِ وَالورقةِ.
- تمثيلَ البياناتِ بِالجداولِ ذاتِ الاتجاهَينِ.
- تعرّفَ القيمِ المتطرفةِ وتحديدَ مقياسِ النزعةِ المركزيةِ المناسبِ لِوصفِ البياناتِ.
- تعرّفَ الاحتمالِ النظريِّ وَالتجريبيِّ.

مشروعُ الوحدةِ: أتعرّفُ إلى طلبةِ مدرستي

أسْتعدُّ وَزملائي لِتنفيذِ مشروعِنا الخاصِّ الَّذي سَنستعملُ فيهِ ما أتعلّمُهُ في هذِهِ الوحدةِ حولَ مقاييسِ النّزعةِ المركزيةِ (الوسطِ الحسابيِّ، وَالوسيطِ، وَالمِنوالِ)، وَالمدى، وَالاحتمالاتِ؛ لِأجمعَ وَأحلّلَ بَياناتٍ تتعلقُ بعيّنةٍ مِنْ طلبةِ مدرستي.

خطواتُ تنفيذِ المشروعِ:

1 أختارُ ثلاثةَ أشياءَ مِنْ كلِّ قائمةٍ ممّا يَلي، وَأكتبُ سؤالاً إحصائيًّا حولَ كلٍّ مِنْها. مثلًا: ما عددُ أفرادِ أسرتِكَ؟ ما لونُكَ المفضَّلُ؟

بياناتٌ عدديةٌ	بياناتٌ نوعيّةٌ
الوزنُ، الطولُ، العُمُرُ، عددُ أفرادِ الأُسرةِ، دخلُ الأسرةِ الشهريُّ	لونُ العيونِ، الرياضةُ المفضَّلةُ، اللونُ المفضَّلُ، لونُ الشَّعرِ

2 أصمّمُ استبانةً بِطريقةٍ جاذبةٍ موظفًا مهاراتي الحاسوبيةَ، وَأكتبُ فيها الأسئلةَ الإحصائيةَ الستَّ الَّتي أعددْتُها في الخطوةِ السابقةِ، ثمَّ أطبعُ مِنْها 20 نسخةً على الأقلِّ.

3 أطلبُ إلى 20 طالبًا مِنْ مدرستي على الأقلِّ الإجابةَ عَنْ أسئلةِ الاستبانةِ الستِّ جميعِها.

4 أمثّلُ البياناتِ العدديةَ الّتي حصلْتُ عَلَيْها بِاستعمالِ مخططِ الساقِ وَالورقةِ.

5 أمثّلُ البياناتِ النوعيةَ الّتي حصلْتُ عليها بِاستعمالِ مخططِ الأعمدةِ البيانيةِ أَوِ القطاعاتِ الدائريةِ.

6 أَجدُ ما يمكنُ حسابُهُ مِنَ المقاييسِ الإحصائيةِ الّتي تعلمْتُها (الوسطِ الحسابيِّ، الوسيطِ، المنوالِ، المدى) لكلِّ مجموعةِ بياناتٍ.

7 أكتبُ فرضيتَينِ وَأختبرُ صحةَ كلٍّ مِنْهُما اعتمادًا على البياناتِ الّتي جمعْتُها.

8 أصفُ حادثًا احتمالُ وقوعِهِ أكيدٌ وَآخَرَ احتمالُ وُقوعِهِ مستحيلٌ اعتمادًا على البياناتِ الّتي جمعْتُها.

9 أَجدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِاختيارِ طالبٍ تنطبقُ عليهِ إحدى الصفاتِ الّتي جمعْتُ بياناتٍ حولَها؛ مثلًا: (احتمالُ اختيارِ طالبٍ لونُ عيونِهِ بنّيٌّ).

عرضُ النتائجِ:

- أكتبُ وأفرادَ مجموعتي تقريرًا يلخّصُ خطواتِ تنفيذِ المشروعِ وَالنتائجَ الّتي توصّلْنا إِلَيْها.
- أعرضُ وأفرادَ مجموعتي التّمثيلاتِ البيانيةَ أمامَ الصفِّ، وَأبيّنُ قِيَمَ المقاييسِ الإحصائيةِ لِلبياناتِ.

الدرسُ 1 الوسطُ الحسابيُّ

فكرةُ الدرسِ

أصفُ أثرَ القيمةِ المُتطرّفةِ على الوسطِ الحسابيِّ لمجموعةِ بياناتٍ.

المصطلحاتُ

مقاييسُ النزعةِ المركزيةِ، الوسطُ الحسابيُّ، القيمةُ المتطرِّفةُ.

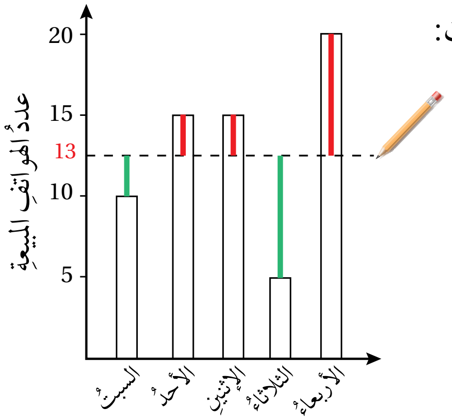
أستكشفُ

أتأملُ التمثيلَ بِالأعمدةِ المجاورَ، ثمَّ أجيبُ:

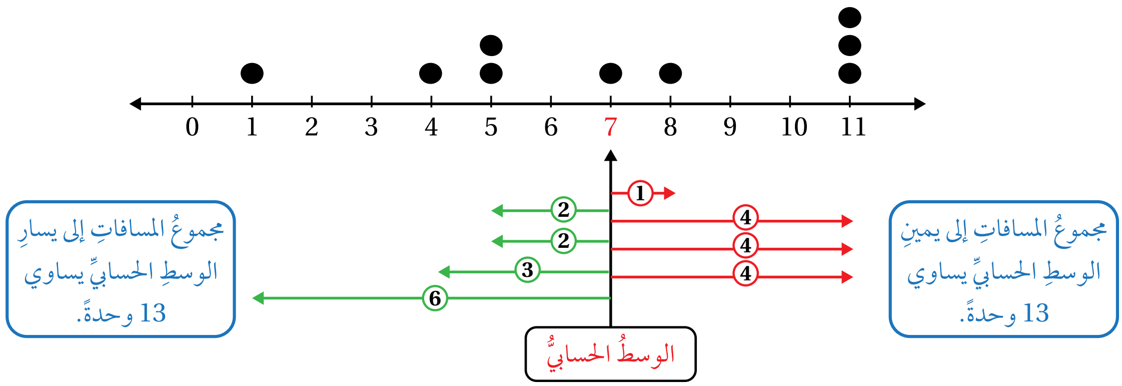
1) أَجِدُ مجموعَ أطوالِ الخطوطِ الحمراءِ، ثمَّ مجموعَ أطوالِ الخطوطِ الخضراءِ، ماذا ألاحظُ؟

2) ماذا يمثلُ ارتفاعُ الخطِّ المنقَّطِ بِالنسبةِ لِعددِ الهواتفِ المَبيعةِ؟

3) إذا بيعَ يومَ الخميسِ 50 هاتفًا، ما تأثيرُ ذلكَ في الخطِّ المنقَّطِ؟



تُسمّى القيمةُ الّتي تصفُ مركزَ البياناتِ **مقياسَ نزعةٍ مركزيةٍ** (measure of central tendency)، وَأكثرُ مقاييسِ النزعةِ المركزيةِ استخدامًا **الوسطُ الحسابيُّ** (mean) ، وَهُوَ القيمةُ الّتي مجموعُ المسافاتِ بينَها وَبينَ القِيَمِ الأكبرِ مِنْها يساوي مجموعَ المسافاتِ بينَها وَبينَ القِيَمِ الأصغرِ منها. في الشكلِ أدناهُ، العددُ 7 هوَ الوسطُ الحسابيُّ لِلبياناتِ.



يمكنُ إيجادُ الوسطِ الحسابيِّ أيضًا بِجمعِ القِيَمِ ثمَّ قسمةِ الناتجِ على عددِها، وَيرمزُ لَهُ بِالرمزِ ($\bar{x}$)، وَتُقرأُ x بار.

مثال 1

أَجِدُ الوسطَ الحسابيَّ لِلبياناتِ 22 ,23 ,3 ,19 ,18 ثمَّ أرسمُ مخططًا سهميًّا لِأُبيِّنَ أنَّ مجموعَ المسافاتِ بينَ الوسطِ الحسابيِّ وَالقِيَمِ الأكبرِ مِنهُ يساوي مجموعَ المسافاتِ بينَهُ وَبينَ القِيَمِ الأصغرِ مِنهُ.

الخُطوةُ 1 أَجِدُ الوسطَ الحسابيَّ.

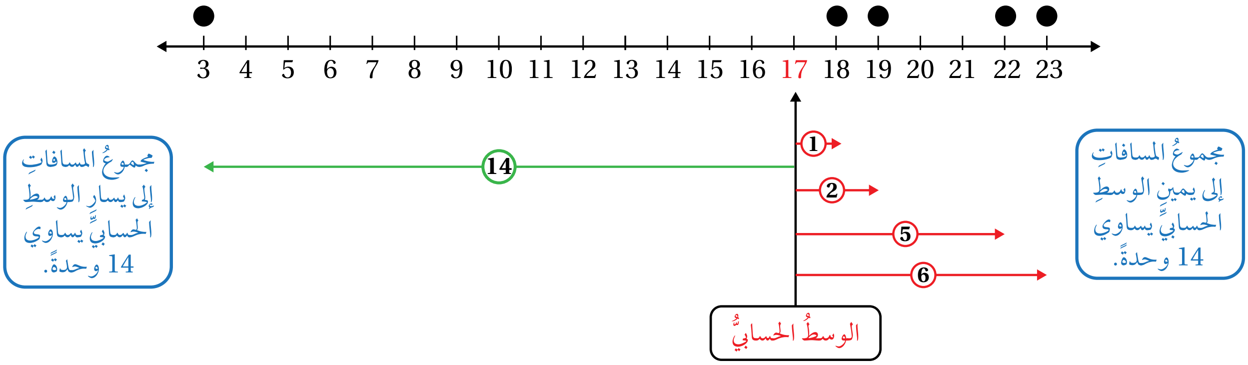
$$\bar{x} = \frac{18+19+3+23+22}{5} = \frac{85}{5} = 17$$

أجمعُ القِيَمَ، وَأقسمُها عَلى عددِها، أُبسّطُ

إذنْ، الوسطُ الحسابيُّ يساوي 17

الخُطْـوَةُ 2 أرسمُ مخططًا سهميًّا.

عندَ تمثيلِ البياناتِ بِالنقاطِ ألاحظُ أنَّ مجموعَ المسافاتِ بينَ العددِ 17 وَالقِيَمِ الأكبرِ مِنهُ يساوي 14، وَمجموعَ المسافاتِ أيضًا بينَ العددِ 17 والقيمةِ الأصغرِ مِنهُ يساوي 14 مِثلَما في الشكلِ أدناهُ.



أتحقّقُ من فهمي:

أَجِدُ الوسطَ الحسابيَّ لِلبياناتِ 48 ,50 ,41 ,39 ,40 ,52 ,45 ، ثمَّ أرسمُ مخططًا سهميًّا لِأبيّنَ أنَّ مجموعَ المسافاتِ بينَ الوسطِ الحسابيِّ وَالقِيَمِ الأكبرِ مِنهُ يساوي مجموعَ المسافاتِ بينَهُ وَبينَ القِيَمِ الأصغرِ مِنهُ.

تُسمّى القيمةُ الأكبرُ بِكثيرٍ أَوِ الأصغرُ بِكثيرٍ مِنْ بقيةِ البياناتِ **قيمةً متطرِّفةً** (outlier). ألاحظُ في المثالِ السابقِ أنَّ العددَ 3 أصغرُ كثيرًا مِنْ بقيةِ البياناتِ؛ إذنْ، فَهُوَ قيمةٌ متطرِّفةٌ. ألاحظُ أيضًا أنَّ العددَ 3 أدّى إلى إزاحةِ الوسطِ الحسابيِّ نحوَهُ (إلى اليسارِ) بعيدًا عَنْ معظمِ القِيَمِ. إذنْ، **فَوُجودُ القِيَمِ المتطرِّفةِ يؤثِّرُ في الوسطِ الحسابيِّ**، وَيجعلُهُ أقلَّ دقةً عندَ وصفِ مركزِ البياناتِ.

مثال 2

أحدّدُ القيمةَ المتطرِّفةَ في كلِّ مجموعةِ بياناتٍ مِمّا يأتي، وَأصفُ أثرَها في الوسطِ الحسابيِّ:

1 **93, 81, 94, 43, 89, 92, 94, 99**

القيمةُ 43 أصغرُ بِكثيرٍ مِنْ بقيةِ القِيَمِ؛ لذا، فَهِيَ متطرِّفةٌ، وَعندَ حسابِ الوسطِ الحسابيِّ فَإنَّ هذِهِ القيمةَ المتطرِّفةَ سوفَ تؤثِّرُ في قيمَتِهِ وَتسحبُها نحوَها (لِأسفلَ) بِحيثُ تصبحُ أقلَّ مِنْ معظمِ القِيَمِ.

2 $8\frac{1}{2}, 6\frac{5}{8}, 3\frac{1}{8}, 5\frac{3}{4}, 6\frac{5}{8}, 5\frac{5}{8}, 19\frac{1}{2}, 4\frac{7}{8}$

القيمةُ $19\frac{1}{2}$ أكبرُ بِكثيرٍ مِنْ بقيةِ القِيَمِ؛ لِذا، فَهِيَ متطرِّفةٌ، وَعندَ حسابِ الوسطِ الحسابيِّ فَإنَّ هذِهِ القيمةَ المتطرِّفةَ سوفَ تؤثِّرُ في قيمَتِهِ وَتسحبُها نحوَها (لِأعلى) بِحيثُ تصبحُ أعلى مِنْ معظمِ القِيَمِ.

أتحققُ من فهمي:

4 68, 55, 70, 6, 71, 58, 81, 82, 63, 79

3 43, 37, 35, 30, 41, 23, 33, 31, 82, 21

إذا علمْتُ قيمةَ الوسطِ الحسابيِّ فَإِنَّهُ يُمكنُ استعمالُها لِحسابِ قيمةٍ مجهولةٍ في البياناتِ.

مثال 3: منَ الحياةِ

نقودٌ: لدى باســمةَ 6 قطعٍ نقديةٍ دائريةٍ مِنْ بُلدانٍ مُتَنوِّعةٍ. إذا كانَتْ أطوالُ أقطارُ 5 مِنْ هذِهِ القطعِ بِالسنتيمتراتِ 2.4, 4.9, 3.1, 5.1, 2.9 وَالوسطُ الحسابيُّ لأطوالِ أقطارِ القطعِ النقديةِ السّتةِ معًا يساوي 3.5 cm ، فَما طولُ قُطْرُ القطعةِ النقديةِ السادسةِ؟

الْخُطْوَةُ 1 أَجِدُ مجموعَ أطوالِ أقطارِ القطعِ النقديةِ الستةِ بِضربِ الوسطِ الحسابيِّ في عددِ القطعِ النقديةِ جميعِها.

$$3.5 \times 6 = 21 \text{ cm}$$

الْخُطْوَةُ 2 أطرحُ مجموعَ أطوالِ أقطارِ القطعِ النقديةِ الخمسةِ المعلومةِ مِنَ المجموعِ الّذي حصلْتُ عَلَيْهِ في الخُطوةِ السابقةِ.

$$21 - (2.4 + 4.9 + 3.1 + 5.1 + 2.9) = 2.6$$

2.4	4.9	3.1	5.1	2.9	?
21					
3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5

إذنْ، طولُ قطرِ القطعةِ النقديةِ السادسةِ يساوي 2.6 cm

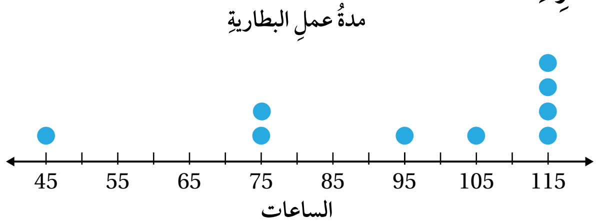
أتحققُ من فهمي:

تتكونُ عائلةُ سعدٍ مِنْ 8 أشخاصٍ، وَالوســطُ الحسابيُّ لِأطوالِهِمْ جميعًا يساوي 150 cm ، إذا كانَتْ أطوالُ 7 أشخاصٍ مِنَ العائلةِ بِالسنتيمتراتِ هِيَ 135, 143, 178, 96, 114, 186, 170 ، فَما طولُ الشخصِ الثامنِ؟

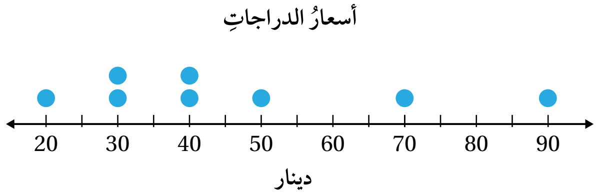
أتدربُ وأحلُّ المسائلَ

أَجِدُ الوسطَ الحسابيَّ لِكلِّ مجموعةِ بياناتٍ مِمّا يأتي، ثمَّ أرسمُ مخططًا لِأبيّنَ أنَّ مجموعَ المسافاتِ بينَ الوسطِ الحسابيِّ وَالقِيَمِ الأكبرِ مِنهُ يساوي مجموعَ المسافاتِ بَيْنَهُ وَبينَ القِيَمِ الأصغرِ مِنهُ:

1



2



أُحدّدُ القيمةَ المتطرِّفةَ في كلِّ مجموعةِ بياناتٍ مِمّا يأتي، وَأصفُ أثرَها في الوسطِ الحسابيِّ:

3 97, 105, 88, 116, 92, 100, 97, 22, 100

4 $-15, 13, -7, -9, -11, -13, -14, -14$

5 $1.2, 2.3, -0.9, 0.8, 7.9, 0, 2.6, 1.7, 3.2$

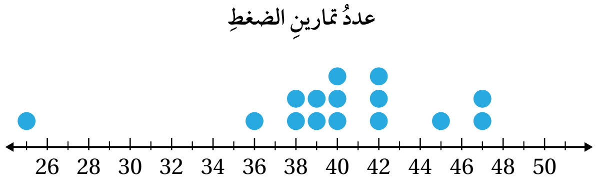
6 **أشجارٌ:** يبينُ الجدولُ المجاورُ أطوالَ بعضِ الأشجارِ بالمترِ. أحددُ القيمةَ المتطرّفةَ في البياناتِ وأحددُ أثرَها في الوسطِ الحسابيِّ.

أطوالُ الأشجارِ			
0.9	1.85	3.82	2.19
2.2	1.95	1.98	2.1

7 إذا كانَ الوسطُ الحسابيُّ لِلقِيَمِ 161, 142, ∆, 145, 149 يساوي 145، فَأَجِدُ قيمةَ ∆ .

8 إذا كانَ الوسطُ الحسابيُّ لِلقِيَمِ −52, −17, 77, □, 32, 14 يساوي 11 ، فَأَجِدُ قيمةَ □ .

رياضةٌ: يمثّلُ الشكلُ المجاورُ عددَ تمارينِ الضغطِ التي يمكنُ لمجموعةٍ منَ الأشخاصِ القيامَ بها خلالَ دقيقةٍ واحدةٍ.



9 أجدُ الوسطَ الحسابيَّ للبياناتِ.

10 أحددُ القيمةَ المتطرّفةَ، وأصفُ أثرَها في الوسطِ الحسابيِّ.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

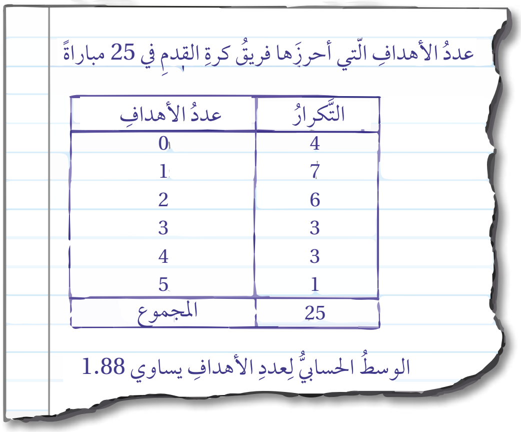
11 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أنشئُ مجموعتَي بياناتٍ مختلفتينِ، تتكوّنُ كلٌّ منها من 6 قيمٍ وسطُها الحسابيُّ 21

12 **أكتشفُ الخطأَ:** لمْ يحضرْ هيثمٌ حصةَ الرياضياتِ؛ لِأنَّهُ ذهبَ ليمثّلَ المدرسةَ في المسابقةِ العلميةِ، لكنَّهُ نسخَ دفترَ زميلِه. شاهدَ المعلمُ دفترَ هيثمٍ، فأخبرَهُ أنَّهُ أخطأَ في نَسْخِ أحدِ أعدادِ الجدولِ المجاورِ، لكنَّ العددَينِ 25 وَ 1.88 صحيحانِ. ما العددُ الّذي أخطأَ هيثمٌ في نسخِهِ؟ أبرّرُ إجابتي.

إرشاد

أَجِدُ أوّلًا مجموعَ تكراراتِ عددِ الأهدافِ باستعمالِ القيمتَينِ اللّتَينِ أعلمُ أنَّهما صحيحتانِ.

دفتر هيثم



عددُ الأهدافِ الّتي أحرزَها فريقُ كرةِ القدمِ في 25 مباراةً

عددُ الأهدافِ	التّكرارُ
0	4
1	7
2	6
3	3
4	3
5	1
المجموع	25

الوسطُ الحسابيُّ لِعددِ الأهدافِ يساوي 1.88

13 **تحدٍّ:** إذا كانَ الوسطُ الحسابيُّ لِعددَينِ يساوي 3 ، وَالوسطُ الحسابيُّ لِثلاثةِ أعدادٍ أُخرى يساوي 7، أَجِدُ الوسطَ الحسابيَّ لِلأعدادِ الخمسةِ معًا. أبرّرُ إجابتي.

14 **أكتبُ** ما تأثيرُ القيمةِ المتطرفةِ الأكبرِ مِنْ جميعِ البياناتِ على الوسطِ الحسابيِّ؟

الدرسُ 2 الوسيطُ، وَالمِنوالُ، وَالمدى

فكرةُ الدرسِ

أحسبُ الوسيطَ وَالمِنوالَ وَالمَدى، وَأحددُ المقياسَ الأنسبَ لِوصفِ البياناتِ.

المصطلحاتُ

الوسيطُ، المِنوالُ، المَدى

أستكشفُ

تمثّلُ الأعدادُ الآتيةُ كُتَلَ غزلانِ الريمِ في حديقةِ حيواناتٍ:

38, 22, 41, 29, 36, 40, 33

1) ما الكتلةُ الّتي تتوسطُ البياناتِ؟

2) ما عددُ الكتلِ الأكبرِ مِنْها؟

تعلمْتُ في الدرسِ السابقِ الوسطَ الحسابيَّ وَكيفيةَ استعمالِهِ لِوصفِ مركزِ البياناتِ، وَيمكنُ أيضًا وصفُ مركزِ البياناتِ بِاستعمالِ **الوسيطِ** (median)، وَهُوَ العددُ الأوسطُ في البياناتِ المرتَّبةِ تصاعديًّا أَوْ تنازليًّا عندَما يكونُ عددُها فرديًّا، أَوْ هُوَ الوسطُ الحسابيُّ لِلعددَينِ الأوسطَينِ عندَما يكونُ عددُ البياناتِ زوجيًّا.

عددُ البياناتِ فرديٌّ	عددُ البياناتِ زوجيٌّ
1, 3, 3, 6, 7, 8, 9	2, 2, 3, 5, 9, 11, 12, 15
الوسيطُ يساوي 6	الوسيطُ هُوَ $7 = \frac{5 + 9}{2}$

أفكر

هلْ يتأثرُ الوسيطُ بِالقِيَمِ المتطرِّفةِ؟

يمكنُ أيضًا وصفُ مركزِ البياناتِ بِاستعمالِ **المنوالِ** (mode)، وَهُوَ القيمةُ الأكثرُ تكرارًا في البياناتِ.

مثال 1: منَ الحياةِ

الرفقُ بِالحيوانِ: يبيّنُ الجدولُ المجاورُ عددَ الحيواناتِ المريضةِ الّتي عالجَتْها جمعيةٌ لِرعايةِ الحيواناتِ في 8 أشهرٍ. أَجدُ الوسيطَ وَالمنوالَ لِهذِهِ البياناتِ.

عددُ الحيواناتِ المريضةِ			
38	50	44	29
94	56	38	47

لِحسابِ الوسيطِ أتبعُ الخُطواتِ الآتيةَ:

الخُطوةُ 1 أرتّبُ البياناتِ تصاعديًّا.

29, 38, 38, 44, 47, 50, 56, 94

الْخُطْـوَةُ 2 أُحدّدُ موقعَ الوسيطِ.

بِمـا أنَّ عددَ البيانـاتِ زوجيٌّ فَإِنَّ الوسـيطَ يقعُ بيـنَ العددَينِ الأوسـطَينِ. أُحدّدُ العددَينِ الأوسـطَينِ، ثمّ أحسـبُ الوسطَ الحسابيَّ لَهُما.

$$29, 38, 38, 44, 47, 50, 56, 94$$

$$\frac{44+47}{2} = 45.5$$

إذنْ، الوسيطُ يساوي 45.5

لِإيجادِ المِنوالِ، أُحدّدُ القيمةَ الأكثرَ تَكرارًا وَهِيَ 38. إذنْ، المِنوالُ يساوي 38

أتحقّقُ من فهمي:

تمثّلُ البياناتُ الآتيةُ عددَ السُّعراتِ الحراريةِ في عددٍ مِنْ حبّاتِ الفاكهةِ. أَجِدُ الوسيطَ وَالمِنوالَ لهذهِ البياناتِ.

40, 32, 50, 42, 40, 52, 48, 28

معلومٌ أنَّ الوسـطَ الحسابيَّ وَالوسـيطَ وَالمِنوالَ مقاييسُ نزعةٍ مركزيةٍ تصفُ مركزَ البياناتِ بِطرائقَ مختلفةٍ، إلّا أَنَّها لا تقدّمُ أيَّ معلومةٍ حولَ تشـتّتِ البياناتِ وَتباعُدِها. ولقياسِ مقدارِ تشتُّتِ البياناتِ وَتباعُدِها نستعملُ **المَدى** (range) وَهُوَ يساوي الفرقَ بينَ أكبرِ قِيَمِ البياناتِ وَأصغرِها. وَتدلُّ القيمةُ الكبيرةُ لِلمَدى على أنَّ البياناتِ متباعدةٌ، أمّا القيمةُ الصغيرةُ لَهُ فَتدلُّ على أنَّ البياناتِ قريبةٌ مِنْ بعضِها بعضًا.

مثال 2: منَ الحياةِ

يبيّنُ الجدولُ المجاورُ كُتَلَ الأطفالِ الّذينَ وُلدوا في أحدِ المستشـفياتِ يومَي الثلاثاءِ وَالأربعاءِ بِالكيلوغرام. أَجِدُ مدى كُتلِ المواليدِ في كلِّ يومٍ ، ثمَّ أحدّدُ اليومَ الّذي كانَتْ فيهِ كُتلُ المواليدِ أكثرَ تجانسًا.

الثلاثاءُ	الأربعاءُ
4.6 3.8 2.8	4.8 3.8 2.7
3.9 3.5 3.3	4.2 1.9 3.1
2.9 4.1	3.1 3.9

الثلاثاءُ: أكبرُ قِيَمِ البياناتِ هِيَ 4.6 ، وَأصغرُ القِيَمِ هِيَ 2.9، إذنْ، المدى هُوَ: $4.6 - 2.9 = 1.7$

الأربعاءُ: أكبرُ قِيَمِ البياناتِ هِيَ 4.8 ، وَأصغرُ القِيَمِ هِيَ 1.9، إذنْ، المدى هُوَ: $4.8 - 1.9 = 2.9$

إذنْ، كُتلُ الأطفالِ الّذينَ وُلدوا يومَ الثلاثاءِ أكثرُ تجانسًا؛ لأنَّ قيمةَ المدى لِكُتلِهِمْ أقلُّ.

أتحقّقُ من فهمي:

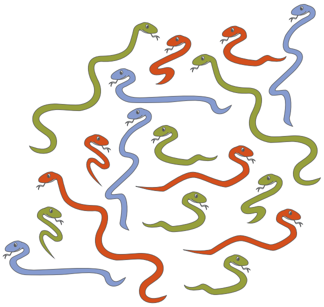
يبيّنُ الجدولُ المجاورُ أسعارَ عُبوّاتِ عطورٍ بِالدينارِ في محلَّينِ مختلفَينِ. أَجِدُ مدى أسـعارِ عُبوّاتِ العطورِ في كلِّ محلٍّ ، ثـمَّ أحددُ المحلَّ الّذي فيهِ أسعارُ عبوّاتِ العطورِ أكثرُ تجانسًا.

المحلُّ الأولُ	المحلُّ الثاني
88 44 55	78 45 50
23 40 140	95 65 61
50 35	40 75

في بعضِ الأحيانِ يكونُ استخدامُ أحدِ المقاييسِ مناسبًا أكثرَ مِنِ استخدامِ المقاييسِ الأُخرى، وَذلكَ بِحسبِ نوعِ البياناتِ (عدديةً أَوْ نوعيّةً) أَوْ بِحسبِ تباعُدِها وَاحتوائِها عَلى قِيَمٍ متطرِّفةٍ.

مثال 3

أحدّدُ ما إذا كانَ يجبُ استعمالُ الوسطِ الحسابيِّ أَوِ الوسيطِ أَوِ المِنوالِ أَوِ المدى في كلٍّ مِنَ المواقفِ الآتيةِ:



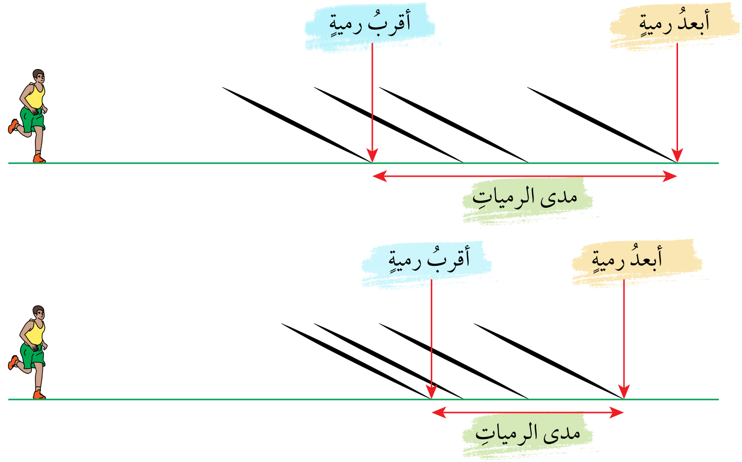
1 **تحديدُ لونِ الأفاعي السامةِ الأكثرِ شيوعًا:**

ألوانُ الأفاعي بياناتٌ نوعيّةٌ، لِذلكَ لا يمكنُ وصفُها باستعمالِ الوسطِ الحسابيِّ أَوِ الوسيطِ أَوِ المَدى. إذنْ، المقياسُ الوحيدُ الّذي يمكنُ استعمالُهُ لِوصفِ هذِهِ البياناتِ هُوَ المِنوالُ.

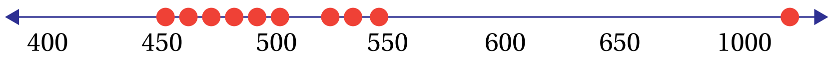
مِنوالُ هذِهِ البياناتِ هُوَ اللونُ الأخضرُ؛ لِأَنَّهُ الأكثرُ تكرارًا.

2 **تحديدُ الرياضيِّ الّذي رَمياتُهُ أكثرُ تجانسًا في لعبةِ رمي الرُّمحِ:**

الرّمياتُ القريبةُ مِنْ بعضِها بعضًا هِيَ الأكثرُ تجانسًا. أستعملُ المَدى لِأحدّدَ مقدارَ تباعُدِ الرّمياتِ.



3 **وصفُ مركزِ القِيَمِ في الشكلِ الآتي وَالّتي تمثّلُ رواتبَ عشرةِ موظَّفينَ، أحدُهُمْ مُديرٌ:**



تحتوي البياناتُ قيمةً متطرِّفةً إلى أقصى اليمينِ، وَيبدو أنّها راتبُ المديرِ. إذنْ، استعمالُ الوسيطِ أنسبُ في هذِهِ الحالةِ مِنِ استعمالِ الوسطِ الحسابيِّ؛ لِأنَّهُ لا يتأثرُ بِالقِيَمِ المتطرِّفةِ.

أتعلم

يمكنُ استعمالُ كلمةِ **المتوسط** للدلالةِ على مقاييسِ النزعةِ المركزيةِ (الوسطِ الحسابيِّ، وَالوسيطِ، والمنوالِ).

أتحققُ من فهمي:

4 تريدُ مريمُ أنْ تعرفَ متوسطَ لونِ العيونِ في صفِّها.

5 يريدُ ريّانُ إيجادَ مركزِ القيمِ الآتيةِ الّتي تمثلُ درجاتِ زُملائِهِ في امتحانِ مادّةِ العلومِ:

15 18 15 12 15 17 14 15 15

أَتدربُ وأحلُّ المسائلَ

أفكر

أيُّها يتأثرُ بِالقِيَمِ المتطرِّفةِ: الوسطُ الحسابيُّ، أَمِ الوسيطُ؟

طقسٌ: قاسَتْ شروقُ كمّيّةَ هَطلِ الأمطارِ في حديقةِ منزِلِها خلالَ **14** يومًا مِنْ شهرِ كانونِ الأولِ، وَسجّلَتِ القِيَمَ كما يأتي:

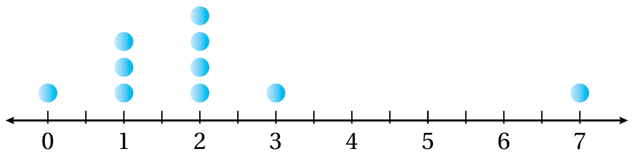
0.0 cm	0.7 cm	0.0 cm	3.9 cm	1.5 cm
0.0 cm	4.7 cm	3.4 cm	2.4 cm	5.9 cm
	3.1 cm	1.7 cm	4.5 cm	2.1 cm

أَجِدُ:

1. الوسيطَ
2. الوسطَ الحسابيَّ
3. المِنوالَ
4. المَدى

5. **أسرةٌ:** سأَلَتْ أسماءُ بعضَ طالباتِ صفِّها عَنْ عددِ إخوانِهِنَّ، ثمَّ مثّلَتِ الإجاباتِ كَما في الشكلِ أدناهُ. أَجِدُ الوسيطَ وَالوسطَ الحسابيَّ، ثمَّ أحدّدُ أيُّهما أفضلُ لِوصفِ مركزِ هذِهِ البياناتِ.

عددُ الأخوةِ الذكورِ



عبدُاللهِ وَكِنانُ سبّاحانِ يتنافسانِ دائمًا في البطولاتِ، وَيبيّنُ الجدولُ الآتي ملخّصًا لِلنتائجِ الّتي أحرزاها في آخِرِ 10 بطولاتٍ. بناءً عَلَيْهِ، أكملُ الجملَ الآتيةَ:

المَدى (بِالثواني)	الوسيطُ (بِالثواني)	
3.9	72.3	**عبدُاللهِ**
7.2	71.6	**كِنانُ**

6. .... أسرعُ بِالمتوسطِ مِنْ ....

7. النتائجُ الّتي يحرزُها .... منسجمةٌ أكثرَ مِنَ النتائجِ الّتي يحرزُها ....

أحدّدُ ما إذا كانَ يجبُ استعمالُ الوسطِ الحسابيِّ أَمِ الوسيطِ أَمِ المِنوالِ أَمِ المدى في كلٍّ مِنَ المواقفِ الآتيةِ:

8 تريدُ منارُ أنْ تجدَ مركزَ القِيَمِ الآتيةِ وَالّتي تمثّلُ أعمارَ 7 مِنْ أفرادِ عائلتِها:

12 34 25 18 32 88 5

9 يريدُ معلّمُ الرياضياتِ تحديدَ الدرجةِ الّتي نصفُ درجاتِ الطلبةِ أقلُّ مِنْها.

أَجِدُ القِيَمَ الممكنةَ جَميعَها لِلعددِ المجهولِ على البطاقةِ السابعةِ في كلٍّ مِنَ الحالاتِ الآتيةِ:

$\boxed{13}$ $\boxed{12}$ $\boxed{18}$ $\boxed{16}$

$\boxed{17}$ $\boxed{10}$ $\boxed{?}$

10 إذا كانَ وسيطُ الأعدادِ السبعةِ يساوي 14

11 إذا كانَ وسيطُ الأعدادِ السبعةِ يساوي 16

12 إذا كانَ وسيطُ الأعدادِ السبعةِ يساوي 13 وَالمَدى يساوي 9

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

13 **تبريرٌ:** إذا كانَ الوسيطُ لِلقيمِ المرتَّبةِ تصاعديًّا $2, 3, \triangle, \square, 8, 12$ يساوي 6، فَأَجِدُ القِيَمَ الممكنةَ جميعَها لِكلٍّ مِنْ $\triangle$ وَ $\square$.

إرشاد

ألاحظُ أنَّ عددَ البياناتِ زوجيٌّ؛ لِذا، فَإنَّ الوسيطَ يساوي الوسطَ الحسابيَّ لِلعددَينِ الأوسطَينِ.

14 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أكتبُ مجموعةَ أعدادٍ وسطُها الحسابيُّ 28، وَوسيطُها 29، وَمَداها 18 .

15 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أصفُ موقفًا حياتيًّا لا يكونُ فيهِ استعمالُ الوسطِ الحسابيِّ مناسبًا لِوصفِ مركزِ البياناتِ، ثمَّ أحدّدُ المقياسَ الأنسبَ لِوصفِ هذِهِ البياناتِ.

16 **مسألةٌ مفتوحةٌ :** أكتبُ مثالًا لبياناتٍ يكونُ فيها الوسطُ الحسابيُّ يساوي الوسيطَ وَيساوي قيمةَ المنوالِ.

17 **أكتبُ** كيفَ أحددُ المقياسَ الأنسبَ لوصفِ البياناتِ؟

الدرسُ 3 التمثيلُ بِالساقِ وَالورقةِ

فكرةُ الدرسِ

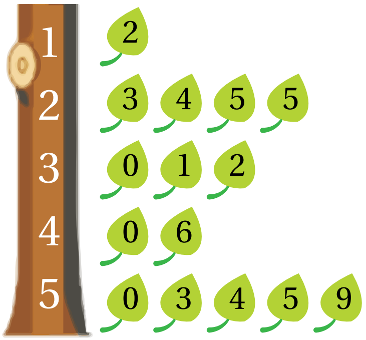
أمثّلُ البياناتِ بمخططِ الساقِ وَالورقةِ وأختبرُ صحةَ فرضيةٍ بِالاعتمادِ على بياناتٍ مُعطاةٍ.

المصطلحاتُ

مخططُ الساقِ والورقةِ، الفرضية.

أستكشفُ

رسمَتْ رشا الصورةَ المجاورةَ وَقالَتْ لِزميلاتِها: إنَّ فيها 15 عددًا مِنْ منزلتَينِ. ما هذِهِ الأعدادُ؟



مخططُ الساقِ وَالورقةِ (stem–and–leaf diagram) هُوَ طريقةٌ لِتنظيمِ البياناتِ تقسَّمُ فيها كلُّ قيمةٍ في البياناتِ إلى جزأينِ هُما: الساقُ وَهُوَ الرقْمُ (أَوِ الأرقامُ) الَّذي في المنزلةِ الكبرى، وَالورقةُ وَهِيَ الأرقامُ الأُخرى.

15, 16, 21, 23, 23, 26, 26, 30, 32, 41

الساقُ	الورقةُ
1	5 6
2	1 3 3 6 6
3	0 2
4	1

طريقةُ تمثيلِ العددِ 32

مثال 1: منَ الحياةِ

تمثّلُ الأعدادُ الآتيةُ كُتَلَ عددٍ مِنْ طلبةِ الصفِّ التاسعِ. أمثّلُ الكُتَلَ بِاستعمالِ مخططِ الساقِ وَالورقةِ:

54	48	60	63	72	55	67	71	52	46
57	65	45	48	64	52	58	56	61	49

الخُطوَةُ 1 أَجِدُ أكبرَ وَأصغرَ عددٍ في البياناتِ، ثمَّ أحدّدُ الرقْمَ الّذي في المنزلةِ الكبرى لِكلٍّ مِنْهُما:

أكبرُ عددٍ 72، وَالرقْمُ الّذي في منزلتِهِ الكبرى 7، وَأصغرُ عددٍ 45، وَالرقْمُ الّذي في منزلتِهِ الكبرى 4

الخُطوَةُ 2 أرسمُ خطًّا رأسيًّا وَآخَرَ أفقيًّا، وَأكتبُ كلمتَيِ (الساقُ) وَ(الورقةُ) كَما في الشكلِ المجاورِ، ثمَّ أكتبُ السيقانَ مِنْ 4 إلى 7

الساقُ	الورقةُ
4	
5	
6	
7	

الْخُطْوَةُ 3 أكتبُ الأوراقَ المناظِرةَ لِكلِّ ساقٍ على الجانبِ الأيمنِ مِنَ الخطِّ، فَمثلًا لِلعددِ 46 أكتبُ الرقْمَ 6 إلى يمينِ الرقْمِ 4. أكرّرُ الورقةَ بِعددِ مرّاتِ ظُهورِها في البياناتِ.

الساقُ	الورقةُ
4	6 8 9 8 5
5	2 5 4 6 8 2 7
6	7 3 0 1 4 5
7	1 2

الْخُطْوَةُ 4 أرتّبُ الأوراقَ تصاعديًّا، ثمّ أضعُ مفتاحًا يوضّحُ كيفَ تُقرأُ البياناتُ.

الساقُ	الورقةُ
4	5 6 8 8 9
5	2 2 4 5 6 7 8
6	0 1 3 4 5 7
7	1 2

المفتاحُ: **4|5 = 45**

أتحققُ من فهمي:

تمثّلُ الأعدادُ الآتيةُ أطوالَ 16 طفلًا زاروا طبيبَ الأطفالِ في أحدِ الأيامِ، أمثّلُ البياناتِ بِاستعمالِ مخططِ الساقِ وَالورقةِ:

58 cm 67 cm 91 cm 50 cm 72 cm 49 cm 61 cm 86 cm

72 cm 83 cm 97 cm 45 cm 70 cm 99 cm 57 cm 63 cm

عندَ تمثيلِ البياناتِ بِمخططِ الساقِ وَالورقةِ فَإنَّهُ يمكنُ تفسيرُها وَوصفُ توزيعِها، وَيمكنُ أيضًا إيجادُ الوسيطِ وَالمِنوالِ لَها بِسهولةٍ؛ لِأنَّها مرتبةٌ تصاعديًّا.

مثال 2

يمثّلُ مخططُ الساقِ وَالورقةِ المجاورُ أعمارَ رُكّابِ حافلةٍ سياحيةٍ:

الساقُ	الورقةُ
0	1 5
1	0 3 7
2	5 7
3	0 1 2 2 3 3 5 7 9 9
4	5 7
6	3 8 9

المفتاحُ: **0|1 = 1**

① **ما عددُ الرُّكّابِ الّذينَ تقلُّ أعمارُهُمْ عَنْ 30 سنةً؟**

تمثّلُ قِيَمُ الساقِ 0 وَ 1 وَ 2 الأعمارَ الأقلَّ مِنْ 30 ، وَعددُ الأوراقِ الَّتي تقابلُها يساوي 7، إذنْ، عددُ الرّكابِ الّذينَ يقلُّ عُمُرُهُمْ عَنْ 30 سنةً يساوي 7

الساقُ	الورقةُ
0	1 5
1	0 3 7
2	5 7
3	0 1 2 2 3 3 5 7 9 9
4	5 7
6	3 8 9

2 أَجِدُ المدى.

أكبرُ قِيَمِ البياناتِ 69، وَأصغرُ القِيَمِ 1

المدى $69 - 1 = 68$

السّاقُ	الورقةُ
0	1 5
1	0 3 7
2	5 7
3	0 1 2 2 3 3 5 7 9 9
4	5 7
6	3 8 9

أتحققُ من فهمي:

يمثّلُ مخططُ الساقِ وَالورقةِ المجاورُ عددَ النقاطِ الّتي أحرزَها فريقُ كرةِ السلةِ المدرسيُّ في عددٍ مِنَ المبارياتِ:

3 ما عددُ المبارياتِ الّتي أحرزَ فيها الفريقُ أكثرَ مِنْ 20 نقطةً؟

4 أَجِدُ المَدى.

5 أَجِدُ الوسيطَ.

6 أصفُ توزيعَ عددِ النقاطِ الّتي أحرزَها الفريقُ.

السّاقُ	الورقةُ
0	2
1	2 2 3 5 8
2	0 0 1 1 3 4 6 6 6 8 9
3	0 0 1

المفتاحُ: $1|2 = 12$

الفرَضيــةُ (hypothesis) هِيَ توقّعٌ حولَ ظاهرةٍ معينةٍ نريدُ أنْ نختبرَ صحّتَهُ بِجمعِ بياناتٍ مناســبةٍ، وَتمثيلِها، وَتحليلِها، ثمَّ كتابةِ استنتاجاتٍ بِالاعتمادِ على البياناتِ.

مفهومٌ أساسيٌّ — اختبارُ الفرَضياتِ

عندَ دراسةِ ظاهرةٍ ما فَإنّنا عادةً نتبعُ الخطواتِ الأربعةَ الآتيةَ:

الخطوةُ (1): نضعُ فرَضيةً حولَ الظاهرةِ.

الخطوةُ (2): نجمعُ بياناتٍ مناسِبةً.

الخطوةُ (3): نمثّلُ البياناتِ تمثيلًا واضحًا، وَنُجري الحساباتِ (مثلًا: نحسبُ الوسطَ الحسابيَّ أَوِ المَدى).

الخطوةُ (4): نكتبُ استنتاجاتٍ مِنْ خلالِها نقبلُ الفرضيةَ أَوْ نرفضُها.

مثال 3: منَ الحياةِ

كرةُ قدمٍ: يريدُ مدرّبُ فريقِ كرةِ قدمٍ أَنْ يستقصيَ اللّياقةَ البدنيةَ لِلاعبي فريقِهِ، فَوضعَ الفرَضيةَ الآتيةَ:

يمكنُ لِأقلَّ مِنْ نصفِ اللاعبينَ أَنْ يقطعوا المسافةَ حولَ الملعبِ ركضًا في أقلَّ مِنْ 60 ثانيةً.

جمعَ المدرّبُ بياناتٍ بِتسـجيلِ الزمنِ الّذي اسـتغرقَهُ كلُّ لاعبٍ لِيقطعَ المسافةَ حولَ الملعبِ ركضًا، وَمثّلَها في مخططِ الساقِ وَالورقةِ المجاورِ. بناءً على هذِهِ البياناتِ، هلِ الفرَضيةُ الّتي وضعَها المدرّبُ صحيحةٌ؟

الورقةُ	الساقُ
5 6 7 8 9 9	4
0 1 2 2 4 5 6 7 8 9 9	5
1 1 2 3 3 3 4 5 5 6 7 8	6
0 2 5	7

المفتاحُ: 4|5 = 45

عددُ اللاعبينَ يسـاوي 32، قطعَ 17 مِنْهُمُ المسـافةَ في أقلَّ مِنْ 60 ثانيةً، وَهذا العددُ أكبرُ مِنْ نصفِ عددِ اللاعبينَ. إذنْ، أكثرُ مِنْ نصفِ عددِ اللاعبينَ استطاعَ أنْ يقطعَ المسافةَ في زمنٍ أقلَّ مِنْ 60 ثانيةً؛ لذا، فَإنَّ الفرَضيةَ التي وضعَها المدرّبُ ليسَتْ صحيحةً.

أتحققُ من فهمي:

أكتبُ استنتاجًا حولَ صحةِ الفرَضيةِ الآتيةِ اعتمادًا على البياناتِ:

أقلُّ مِنْ رُبُعِ اللاعبينَ يحتاجونَ إلى 70 ثانيةً على الأقلِّ لِيقطعوا المسافةَ حولَ الملعبِ ركضًا.

أتدربُ وأحلُّ المسائلَ

1 أكتبُ جميعَ الأعـدادِ الممثَّلـةِ في مخططِ الساقِ وَالورقةِ المجاورِ.

الورقةُ	الساقُ
5 9	7
0 2 6 7 7	8
1 7 8	9
2 6	10

المفتاحُ: 8|2 = 82

أمثّلُ كلَّ مجموعةِ بياناتٍ مِمّا يأتي باستعمالِ مخططِ الساقِ وَالورقةِ:

2
56 57 59 61 64 65 67 69
70 75 77 77 79 81 82

3
19 21 45 35 53 26 38
27 36 34 52 35 33 41

4
13.1 12.5 14.7 12.8 13.6 13.4
15.2 12.5 13.4 14.3 14.8 13.9

إرشادٌ

أجعلُ الساقَ رقمينِ والورقةَ رقمٌ واحدٌ.

المفتاحُ 14 | 3 : 14.3

5 **رياضةٌ:** جمعَ سعدٌ معلوماتٍ عَنْ عددِ الدقائقِ اليوميِّ الّتي يقضيها 24 طالبًا مِنْ طلبةِ صفِّهِ في ممارسةِ رياضةِ الجَرْيِ، وَنظَّمَ البياناتِ في مخططِ الساقِ وَالورقةِ المجاورِ. أكتبُ فَرَضيةً حولَ عددِ الدقائقِ اليوميِّ الّتي يقضيها الطلبةُ في ممارسةِ هذِهِ الرياضةِ، وَأختبرُ صحّتَها باستعمالِ البياناتِ.

الورقةُ	الساقُ
0 7	0
2 3 5 5 9	1
0 1 2 4 5 6 7	2
1 2 6 7 8 9	3
1 3 5	4
2	5

المفتاحُ: **1|2 = 12**

معلومة

يُفضَّلُ تناولُ وجباتٍ خفيفةٍ وَغيرِ دَسِمةٍ قبلَ ممارسةِ رياضةِ الجَري وَلا تحتوي على نسبةٍ عاليةٍ مِنَ السُّعراتِ الحراريّةِ.

6 وضعَتْ مريمُ الفرَضيةَ الآتيةَ، وَتريدُ أَنْ تختبرَ صحّتَها:

وسيطُ أطوالِ طالباتِ الصفِّ العاشرِ 155 cm

جمعَتْ مريمُ بياناتٍ بِتسجيلِ أطوالِ عيّنةٍ عشوائيةٍ تحتوي على 35 طالبةً في الصفِّ العاشرِ، ثمَّ مثّلَتْها في مخططِ الساقِ وَالورقةِ المجاورِ. بناءً على هذِهِ البياناتِ، هلِ الفرَضيةُ الّتي وضعَتْها مريمُ صحيحةٌ؟

الورقةُ	الساقُ
6 9	13
3 4 6 6	14
2 2 3 4 6 7 8 9	15
0 1 1 2 4 5 5 6 7 8	16
1 3 5 6 6 8	17
2 3 4 5	18
1	19

المفتاحُ: **13|4 = 134**

حشراتٌ: **يبيّنُ مخططُ الساقِ وَالورقةِ المجاورُ أطوالَ 30 حشرةً.**

الورقةُ	الساقُ
2 5 6 8 9	1
1 3 5 6 7 8	2
1 1 2 3 5 6 7 9	3
1 5 5 5 6 7	4
0 4 5 5 8	5

المفتاحُ: **1|2 = 1.2 cm**

7 ما عددُ الحشراتِ الّتي طولُها 4.5 cm؟

8 ما نسبةُ الحشراتِ الّتي طولُها أكبرُ مِنْ 3.8 cm؟

9 ما مَدى أطوالِ الحشراتِ؟

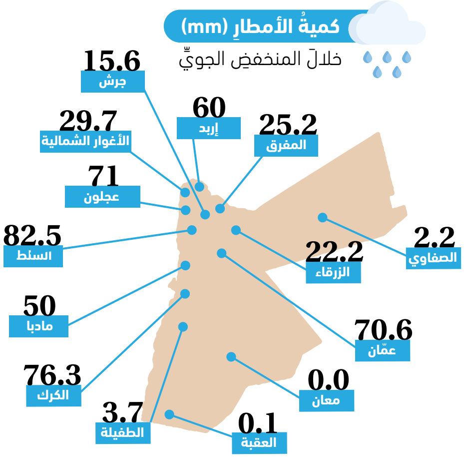
10 أَجِدُ المِنوالَ لِأطوالِ الحشراتِ.

11 أَجِدُ الوسيطَ لِأطوالِ الحشراتِ.

معلومة

يبلغُ طولُ أطولِ حشرةٍ في العالَمِ 62.4 cm، وقدِ اكتُشِفَتْ في غاباتِ الصينِ.

طقسٌ: تبيّنُ الصورةُ المجاورةُ كمّياتِ الأمطارِ الّتي هطلَتْ في مختلفِ مناطقِ المملكةِ بِالمليمترِ خِلالَ منخفضٍ جوّيٍّ:



12 أمثّلُ البياناتِ بِمخططِ الساقِ وَالورقةِ.

13 أَجِدُ الوسيطَ وَالمِنوالَ وَالمدى لِكمّياتِ الأمطارِ الّتي هطلَتْ.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

14 **أكتشفُ الخطأَ:** رصدَتْ منارُ أطوالَ 20 نبتةً بالسنتمترِ في حديقتِها وَمثّلَتْها في مخططِ الساقِ وَالورقةِ المجاورِ. هلْ مثّلَتْ منارُ أطوالَ النباتاتِ تمثيلًا صحيحًا؟ أبرّرُ إجابتي.

الساقُ	الورقةُ
15	2 4
16	0 6 3 9
17	5 8 2 1 0
18	5 7 1 4 8 7
19	6 1 4

15 **تبريرٌ:** تقدّمَ طلبةُ الصفِّ السابعِ لِاختبارَيْ رياضياتٍ وَعلومٍ، وَيبيّنُ مخططُ الساقِ وَالورقةِ المجاورُ درجاتِهِمْ في اختبارِ الرياضياتِ. إذا كانَ الوسطُ الحسابيُّ وَالمدى لِدرجاتِهِمْ في اختبارِ العلومِ كَما يأتي: **الوسطُ الحسابيُّ: 68 المَدى: 31**، فَأقارنُ بينَ درجاتِ الطلبةِ في الِاختبارَينِ، وَأبرّرُ إجابتي.

الساقُ	الورقةُ
4	5
5	0 2 6
6	4 5 6 6 8 9
7	0 1 4 7 8
8	
9	2

المفتاحُ: **4|5 = 45**

إرشاد

أَجِدُ الوسطَ الحسابيَّ وَالمدى لِدرجاتِ الطلبةِ في اختبارِ الرياضياتِ.

16 **أكتبُ** كيفَ أَجِدُ الوسيطَ لِبياناتٍ ممثّلةٍ بِمخططِ الساقِ وَالورقةِ؟

الدرسُ 4 الاحتمالاتُ

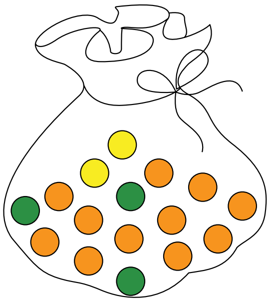
فكرةُ الدرسِ

أحسبُ احتمالاتِ وقوعِ الحوادثِ.

المصطلحاتُ

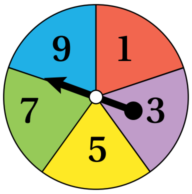
الفضاءُ العينيُّ، الحادثُ، احتمالُ الحادثِ، الجدولُ ذو الاتجاهَينِ.

أستكشفُ



1) ما الكسرُ الّذي يمثّلُ الكُراتِ الخضراءَ في الكيسِ المجاورِ؟

2) إذا أغمضَ سميرٌ عينَيهِ وَاختارَ كرةً عَشوائيًّا مِنَ الكيسِ، فما احتمالُ أنْ يختارَ كرةً ليستْ صفراءَ؟



الفضاءُ العينيُّ (sample space) هُوَ مجموعةُ النواتجِ المتوقَّعِ حدوثُها عندَ إجراءِ تجربةٍ عشوائيةٍ ما. لِمؤشِّرِ القُرصِ المجاورِ خمسُ نواتجَ ممكنةٍ، لِذلِكَ فَإنَّ الفضاءَ العينيَّ هُوَ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$.

الحادثُ (event) هو ناتجٌ واحدٌ أَوْ أكثرُ مِنْ نواتجِ التجربةِ العشوائيةِ، وَيُرمَزُ لَهُ بِأحدِ الأحرفِ مِثلِ A.

وَاحتمالُ الحادثِ (event probability) هُوَ فرصةُ وقوعِهِ، وَيُرمَزُ لَهُ بالرمزِ $P(A)$، فَإذا كانَتْ نواتجُ التجربةِ العشوائيةِ متساويةَ الاحتمالِ فَإنَّ احتمالَ وقوعِ أيِّ حادثٍ يساوي نسبةَ عددِ عناصرِ الحادثِ إلى عددِ النواتجِ الممكنةِ جميعِها (الفضاءُ العينيُّ).

$$P(A) = \frac{\text{عددُ عناصرِ الحادثِ}}{\text{عددُ عناصرِ الفضاءِ العينيِّ}}$$

مثال 1

تحتوي الحقيبةُ المجاورةُ على كراتٍ متماثلةٍ بألوانٍ مختلفةٍ، سُحبَتْ مِنْهُ كرةٌ عشوائيًّا؛ فأجدُ:

① **احتمالَ سحبِ كرةٍ خضراءَ:**

عددُ النواتجِ الممكنةِ للفضاءِ العينيِّ لهذهِ التجربةِ العشوائيةِ يساوي 7، وعددُ عناصرِ هذا الحادثِ يساوي 1؛ لأنَّ الحقيبةَ تحتوي كرةٌ خضراءُ واحدةٌ.

$$P(\text{خضراءُ}) = \frac{1}{7}$$

② **احتمالُ سحبِ كرةٍ زرقاءَ أَوْ حمراءَ**

وعددُ عناصرِ هذا الحادثِ يساوي 6، لأنَّ الحقيبةَ تحتوي 4 كراتٍ زرقاءَ، وكرتانِ حمراوينِ، ومجموعُهما معًا يساوِي 6:

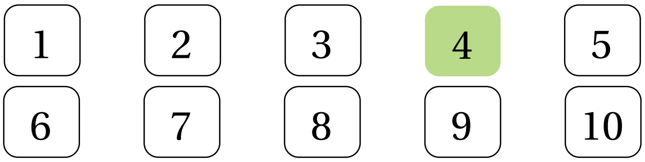
$$P(\text{زرقاءُ أو حمراءُ}) = \frac{6}{7}$$

أتحقَّقُ من فهمي:

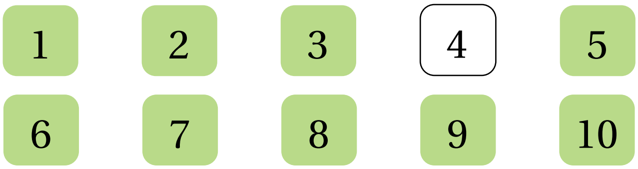
1 احتمالُ سحبِ كرةٍ حمراءَ.

2 احتمالُ سحبِ كرةٍ حمراءَ أو خضراءَ.

إنَّ احتمالَ اختيارِ العددِ 4 عشوائيًّا مِنْ مجموعةِ الأعدادِ الآتيةِ يساوي $\frac{1}{10}$ ، وَيمكنُ أنْ نكتبَ هذا الاحتمالَ على الصورة 0.1 أو 10%



لكنْ إذا أردْنا أنْ نحسبَ احتمالَ عدمِ اختيارِ العددِ 4 فَإنَّ ذلكَ يعني احتمالَ اختيارِ أحدِ الأعدادِ 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10 وَالّذي يساوي $\frac{9}{10}$ أوْ 0.9 أوْ 90%



ألاحظُ أنَّ $0.1 + 0.9 = 1$

لِذلِكَ فَإنَّ $0.9 = 1 - 0.1$

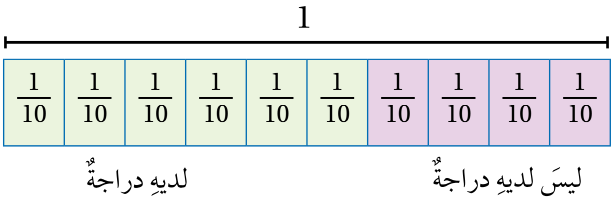
مفهومٌ أساسيٌّ **احتمالُ عدمِ وقوعِ الحادثِ**

إذا كانَ احتمالُ وقوعِ الحادثِ A يساوي $P(A)$ فَإنَّ احتمالَ عدمِ وقوعِ الحادثِ A يساوي $1-P(A)$.

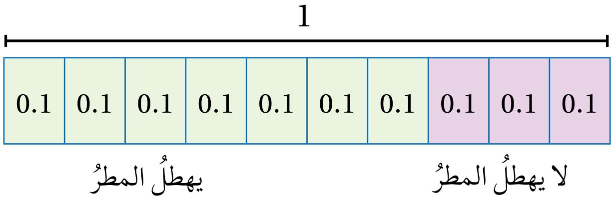
مثال 2

1 إذا كانَ احتمالُ اختيارِ طالبٍ مِنَ الصفِّ السابعِ لديهِ دراجةٌ هوائيةٌ يساوي $\frac{6}{10}$ ، فَما احتمالُ اختيارِ طالبٍ ليسَ لديهِ دراجةٌ هوائيةٌ؟

$$
\begin{aligned}
P(\text{ليسَ لديهِ دراجةٌ}) &= 1-P(\text{لديهِ دراجةٌ}) \\
&= 1-\frac{6}{10} \\
&= \frac{4}{10} \\
&= \frac{2}{5}
\end{aligned}
$$



② **إذا كانَ احتمالُ أَنْ يهطلَ المطرُ غدًا يساوي 0.7 ، فَما احتمالُ أَلّا يهطلَ المطرُ غدًا؟**



$$\begin{aligned} P(\text{لا يهطلُ المطرُ}) &= 1 - P(\text{يهطلُ المطرُ}) \\ &= 1 - 0.7 \\ &= 0.3 \end{aligned}$$

أتحققُ من فهمي:

③ إذا كانَ احتمالُ خسارةِ الفريقِ المباراةَ 0.4 ، فَما احتمالُ أَلّا يخسرَ الفريقُ المباراةَ؟

④ إذا كانَ احتمالُ اختيارِ طالبةٍ مِنَ الصفِّ السابعِ ترتدي نظّارةً يساوي $\frac{1}{9}$ ، فَما احتمالُ اختيارِ طالبةٍ لا ترتدي نظّارةً؟

الجدولُ ذو الِاتجاهَيْنِ (two–way table) هُوَ جدولٌ تَكراريٌّ يعرضُ بياناتٍ تنتمي إلى فئتَينِ بينَهما عناصرُ مشتَرَكَةٌ، بِحيثُ تظهرُ الفئةُ الأولى في صفوفِهِ وَالفئةُ الثانيةُ في أعمدتِهِ.

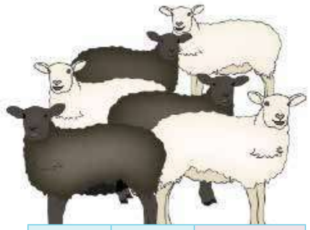
مثال 3

لدى مزارعٍ 18 خروفًا مقسمةً كما يأتي:

9 ذكورٌ 10 سوداءُ 5 إناثٌ بيضاءُ

أنظّمُ هذِهِ البياناتِ في جدولٍ ذي اتجاهَينِ.

يجبُ أَنْ يُظهرَ الجدولُ ما إذا كانَ الخروفُ ذكرًا أَوْ أنثى، وَإِنْ كانَ أسودَ أَمْ أبيضَ. لِذلِكَ يمكنُ أَنْ أستخدمَ صفًّا لِلذكورِ وَصفًّا آخَرَ لِلإناثِ، وَأَنْ أستخدمَ عمودًا لِلخرافِ البيضاءِ وَعمودًا آخَرَ لِلخرافِ السوداءِ. وأحتاجُ إلى صفٍّ وَعمودٍ إضافيَّينِ لِأكتبَ فيهِما المجموعَ.



	أبيضُ	أسودُ	المجموعُ
أنثى			
ذكرٌ			
المجموعُ			18

يمكنني الآنَ أَنْ أكتبَ في الجدولِ البياناتِ المُعطاةَ في السؤالِ.

	أبيضُ	أسودُ	المجموعُ
أنثى	5		
ذكرٌ			9
المجموعُ		10	18

أستعملُ المجموعَ الكلّيَّ لِلخرافِ لِأَجِدَ القِيَمَ المجهولةَ.

	أبيضُ	أسودُ	المجموعُ
أنثى	5	4	9
ذكرٌ	3	6	9
المجموعُ	8	10	18

أتحققُ من فهمي:

لدى أماني 32 بطاقةً مقسّمةً كَما يأتي:

15 خضراءُ		18 مستطيلةٌ		5 حمراءُ مربعةٌ

أنظّمُ هذِهِ البياناتِ في جدولٍ ذي اتجاهَينِ.

تُستعمَلُ الجداولُ ذاتُ الاتجاهَينِ كثيرًا في حسابِ الاحتمالاتِ.

مثال 4

سُئِلَ 60 طفلًا عَنِ اللونِ المفضَّلِ لَهُمْ، وَنظَّمَتْ إجاباتُهُمْ في الجدولِ المجاورِ:

	أخضرُ	أحمرُ	أزرقُ
ولدٌ	8	8	12
بنتٌ	8	16	8

1 إذا اختيرَ طفلٌ عشوائيًّا، فَما احتمالُ أَنْ يكونَ ولدًا يفضّلُ اللونَ الأزرقَ؟

	أخضرُ	أحمرُ	أزرقُ
ولدٌ	8	8	12
بنتٌ	8	16	8

عددُ الأولادِ الّذينَ يفضلونَ اللونَ الأزرقَ يساوي 12، وَمجموعُ عددِ الأطفالِ الّذينَ سُئِلوا يساوي 60 وَلإيجادِ الاحتمالِ أقسمُ 12 على 60

$$P(\text{ولدٌ يفضلُ اللونَ الأزرقَ}) = \frac{\text{عددُ الأولادِ الذينَ يفضلونَ اللونَ الأزرقَ}}{\text{العددُ الكلّيُّ لِلأطفالِ}}$$

$$= \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$$

2 إذا اختيرَ طفلٌ عشوائيًّا، فَما احتمالُ أَنْ يكونَ طفلًا يفضلُ اللونَ الأزرقَ؟

	أخضرُ	أحمرُ	أزرقُ
ولدٌ	8	8	12
بنتٌ	8	16	8

عددُ الأطفالِ الّذينَ يفضلونَ اللونَ الأزرقَ يساوي 8+12، وَلإيجادِ الاحتمالِ، أقسمُ هذا العددَ على عددِ الطلبةِ جميعِهِمْ.

$$P(\text{طفلٌ يفضلُ اللونَ الأزرقَ}) = \frac{\text{عددُ الأطفالِ الّذينَ يفضلونَ اللونَ الأزرقَ}}{\text{العددُ الكلّيُّ لِلأطفالِ}}$$

$$= \frac{12+8}{60} = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$$

أخضرُ	أحمرُ	أزرقُ	
8	8	12	ولدٌ
8	16	8	بنتٌ

3 **إذا اختيرَ طفلٌ عشوائيًّا، فَما احتمالُ أَنْ يكونَ ولدًا؟**

عددُ الأولادِ يساوي 8+8+12 ، وَلإيجادِ الاحتمالِ، أقسمُ هذا العددَ على عددِ الطلبةِ جميعِهِمْ.

$$P(\text{طفلٌ ولدٌ}) = \frac{\text{عددُ الأطفالِ الأولادِ}}{\text{العددُ الكلّيُّ لِلأطفالِ}}$$

$$= \frac{12+8+8}{60} = \frac{28}{60} = \frac{7}{15}$$

أتحققُ من فهمي:

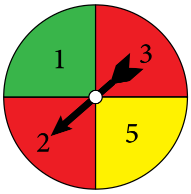
4 إذا اختيرَ طفلٌ عشوائيًّا، فَما احتمالُ أنْ تكونَ بنتًا تفضلُ اللونَ الأخضرَ؟

5 إذا اختيرَ طفلٌ عشوائيًّا، فَما احتمالُ أنْ يكونَ طفلًا يفضلُ اللونَ الأحمرَ؟

6 إذا اختيرَ طفلٌ عشوائيًّا، فَما احتمالُ ألّا تكونَ بنتًا؟

أتدربُ وأحلُّ المسائلَ

أدارتْ رنيمُ مؤشّرَ القرصِ المجاورِ المقسّمِ إلى 4 قطاعاتٍ متطابقةٍ، أجدُ احتمالَ أنْ يقفَ المؤشّرُ عندَ:



1 قطاعٍ لونُهُ أخضرُ.

2 قطاعٍ لونُهُ أحمرُ.

3 قطاعٍ يحملُ عددًا أوليًّا.

4 قطاعٍ يحملُ عددًا أكبرَ منْ 3.

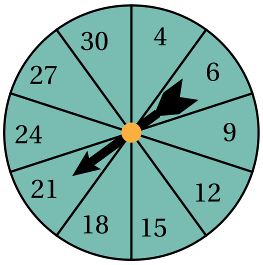
5 قطاعٍ لا يحملُ عددًا زوجيًّا.

6 إذا كانَ احتمالُ فوزِ فريقِ كرةِ القدمِ الّذي تشجعُهُ ناديا يساوي $\frac{3}{7}$، فَما احتمالُ ألّا يفوزَ الفريقُ؟

أتذكر

احتمالُ عدمِ وقوعِ الحادثِ A يساوي $1 - P(A)$

أدارَ حسّــانُ مُؤشِّــرَ القُرصِ المُجاورِ المُقسّمِ إلى 10 قِطاعاتٍ مُتطابقةٍ؛ أجِدُ احتمالَ أنْ يقفَ المُؤشّرُ عندَ:



7 عددٍ منْ مضاعفاتِ العددِ 3

8 عددٍ يقبلُ القسمةَ على 6

9 عددٍ فرديٍّ

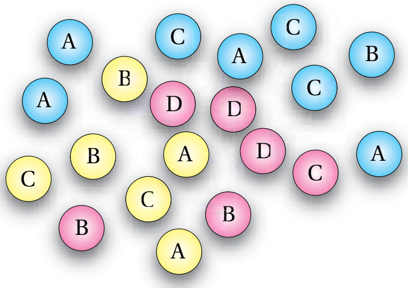
10 عددٍ أكبرَ منْ 3

11 عددٍ أكبرَ منْ 20

12 عددٍ لا يقبلُ القسمةَ على 3

13 إذا كانَ احتمــالُ أنَ تصلَ الحافلةُ في موعدِها يســاوي $\frac{8}{11}$ ، فَمــا احتمالُ أَنْ تتأخرَ الحافلةُ؟

أكملُ الجدولَ الآتيَ الّذي يُظهرُ أعدادَ الأقراصِ الملونةِ المجاورةِ لَهُ وَألوانَها:



أصفرُ	ورديٌّ	أزرقُ	
2		4	A
			B
	1		C
		0	D

إذا اختيرَ قرصٌ واحدٌ عشوائيًّا مِنْ مجموعةِ الأقراصِ في السؤالِ السابقِ، فَأَجِدُ:

14 احتمالَ اختيارِ حرفِ A مكتوبًا على قرصٍ أصفرَ.

15 احتمالَ اختيارِ قرصٍ أزرقَ.

16 احتمالَ اختيارِ قرصٍ مكتوبٍ عَلَيْهِ الحرفُ C.

اختيرَ 38 شخصًا مِنْ محافظتَي الزرقاءِ وَالعقبةِ لِلمشاركةِ في دراسةٍ طبّيّةٍ، وَكانَ توزيعُهُمْ كَما يأتي، أنظّمُ هذِهِ البياناتِ في جدولٍ ذي اتجاهَينِ، ثمَّ أستعملُهُ لِلإجابةِ عَنِ الأسئلةِ الآتيةِ:

شوكولاته	فراولةٌ	برتقالٌ	
2	4	3	مغلفةٌ
5	3	8	غيرُ مغلفةٍ

18 شخصًا مِنْ محافظةِ الزرقاءِ مِنْهُمْ 7 رجالٍ.

8 نساءٍ مِنْ محافظةِ العقبةِ.

معلومةٌ

الدراسةُ الطبّيّةُ هي ممارسةٌ علميةٌ لَها ضوابطُ محدَّدةٌ تهدفُ لِلحصولِ على معلوماتٍ عَن مرضٍ معيَّنٍ أَوِ اختبارِ علاجٍ ما.

17 ما عددُ الأشخاصِ الّذين شاركوا في الدراسةِ مِنْ محافظةِ العقبةِ؟

18 ما عددُ الرجالِ الّذين شاركوا في الدراسةِ؟

19 ما عددُ الرجالِ الّذين شاركوا في الدراسةِ مِنْ محافظةِ العقبةِ؟

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

تبريرٌ: يبيّنُ الجدولُ المجاورُ عددَ قطعِ الحلوى المغلّفةِ وَغيرِ المغلّفةِ الّتي اشترَتْها فدوى، وَهِيَ بِثلاثِ نكهاتٍ مختلفةٍ، إذا اختارَتْ فدوى قطعةَ حلوى عشوائيًّا، فَأُكملُ الجملَ الآتيةَ بِما يناسبُها مبررًا إجابتي:

20 احتمالُ أنْ تكونَ قطعةُ الحلوى الّتي اختيرَتْ مغلفةً وَبِنكهةِ البرتقالِ يساوي ....

21 احتمالُ أنْ تكونَ قطعةُ الحلوى الّتي اختيرَتْ غيرَ مغلفةٍ وَبنكهةِ الشوكولاته يساوي ....

22 احتمالُ أنْ تكونَ قطعةُ الحلوى الّتي اختيرَتْ بِنكهةِ الفراولةِ يساوي ....

23 .... يساوي 16%

24 .... أَوْ .... يساوي 48%

25 **أكتبُ** ما الفرقُ بينَ الحادثِ وَاحتمالِ الحادثِ؟

الدرسُ 5 الاحتمالُ التجريبيُّ

فكرةُ الدرسِ

أجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِوقوعِ حادثٍ.

المصطلحاتُ

الاحتمالُ النظَريُّ، الاحتمالُ التجريبيُّ.

أستكشفُ:

نشاطٌ: أرمي قطعةً نقديةً 20 مرةً، وَأسجِّلُ النتائجَ الّتي أحصلُ عليها في الجدولِ المجاورِ.

1) أَجِدُ الفرقَ بينَ عددِ مرّاتِ ظهورِ الكتابةِ وَعددِ مرّاتِ ظهورِ الصورةِ.

2) أعيدُ التجربةَ، وَلكنْ برمي القطعةِ النقديةِ 100 مرةٍ، ثُمَّ أجيبُ عَنِ السؤالِ 1 مرةً أُخرى. ماذا ألاحظُ؟

كتابةٌ	صورةٌ	
		التَّكرارُ

تعلمْتُ في الدرسِ السابقِ كيفيةَ إيجادِ احتمالِ وقوعِ حادثٍ، وَذلكَ بِإيجادِ نسبةِ عددِ عناصرِ حادثٍ إلى عددِ النواتجِ الممكنةِ جميعِها، وَهُوَ ما يُسمّى **الاحتمالَ النظريَّ** (theoretical probability)، أَمّا **الاحتمالُ التجريبيُّ** (experimental probability) لِحادثٍ ما فَهُوَ تقديرٌ لِلاحتمالِ النظريِّ بِالاعتمادِ على عددِ مرّاتِ وقوعِ الحادثِ عندَ إجراءِ التجربةِ عدةَ مراتٍ.

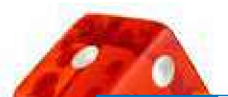
مفهومٌ أساسيٌّ — الاحتمالُ التجريبيُّ

- **بِالكلماتِ:** الاحتمالُ التجريبيُّ هُوَ الاحتمالُ الّذي يعتمدُ على عددِ مرّاتِ تَكرارِ التجربةِ.

$$P(A)=\frac{\text{عددُ مرّاتِ وقوعِ الحادثِ}}{\text{عددُ مرّاتِ إجراءِ التجربةِ}}$$

مثال 1

ألقَتْ نورُ حجرَ النردِ المجاورَ 30 مرةً، وَسجّلَتِ الرقْمَ الظاهرَ على الوجهِ العُلويِّ، فَكانَتِ النتائجُ كما في الجدولِ المجاورِ:



6	5	4	3	2	1	الرقْمُ
4	6	3	2	8	7	التَّكرارُ

① **أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِظهورِ الرقْمِ 4.**

$$P(A)=\frac{\text{عددُ مرّاتِ ظهورِ الرقْمِ 4}}{\text{عددُ مرّاتِ إجراءِ التجربةِ}}$$

$$=\frac{3}{7+8+2+3+6+4}=\frac{3}{30}=\frac{1}{10}$$

2 أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِظهورِ عددٍ أوّليٍّ.

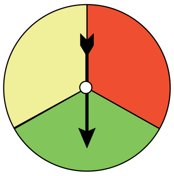
$$P(A)=\frac{\text{عددُ مرّاتِ ظهورِ عددٍ أوليٍّ}}{\text{عددُ مرّاتِ إجراءِ التجربةِ}}$$

$$=\frac{8+2+6}{30}$$

$$=\frac{16}{30}=\frac{8}{15}$$

أتحققُ من فهمي:

دوَّرَ ليثٌ مؤشرَ القرصِ المجاورِ **10** مرّاتٍ، فَكانَتِ النتائجُ كَما في الجدولِ الآتي:



اللّونُ	أخضرُ	أصفرُ	أحمرُ
التّكرارُ	3	5	2

3 أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِتوقّفِ المؤشرِ عندَ اللّونِ الأخضرِ.

4 أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِتوقّفِ المؤشرِ عندَ اللّونِ الأصفرِ.

يمكنُ التنبؤُ ما إذا كانَتِ الأداةُ المستخدمةُ في التجربةِ العشوائيةِ عادلةً أَمْ لا بِمقارنةِ قِيَمِ الاحتمالِ التجريبيِّ بِقِيَمِ الاحتمالِ النظريِّ المقابلةِ لَها.

مثال 2

ألقى كلٌّ مِنْ ريمَ وَرائدٍ حجرَ نردٍ **100** مرةً، فَكانَتِ النتائجُ كَما في الجدولَينِ أدناهُ:

ريمُ						
6	5	4	3	2	1	الرقْمُ
25	30	10	20	10	5	التّكرارُ

رائدٌ						
6	5	4	3	2	1	الرقْمُ
15	17	17	15	18	18	التّكرارُ

1 أقارنُ بينَ قِيَمِ الاحتمالِ النظريِّ وَقِيَمِ الاحتمالِ التجريبيِّ لِتجربةِ كلٍّ مِنْ ريمَ وَرائدٍ.

الْخُطْوَةُ 1 أَجِدُ الاحتمالَ النظريَّ لِظهورِ كلِّ رقْمٍ على حجرِ النردِ:

$$P(1)=\frac{1}{6}=0.17,\quad P(2)=\frac{1}{6}=0.17,\quad P(3)=\frac{1}{6}=0.17,$$

$$P(4)=\frac{1}{6}=0.17,\quad P(5)=\frac{1}{6}=0.17,\quad P(6)=\frac{1}{6}=0.17$$

الْخُطْوَةُ 2 أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِظهورِ كلِّ رقْمٍ على حجرِ النردِ:

ريمُ

$$P(1)=\frac{5}{100}=0.05,\quad P(2)=\frac{10}{100}=0.1,$$

$$P(3)=\frac{20}{100}=0.20,\quad P(4)=\frac{10}{100}=0.1,$$

$$P(5)=\frac{30}{100}=0.30,\quad P(6)=\frac{25}{100}=0.25$$

رائدٌ

$$P(1)=\frac{18}{100}=0.18,\quad P(2)=\frac{18}{100}=0.18,$$

$$P(3)=\frac{15}{100}=0.15,\quad P(4)=\frac{17}{100}=0.17,$$

$$P(5)=\frac{17}{100}=0.17,\quad P(6)=\frac{15}{100}=0.15$$

الْخُطْوَةُ 3 أقارنُ بينَ الاحتمالاتِ النظريةِ وَالتجريبيةِ:

ألاحظُ أَنَّ قِيَمَ الاحتمالِ التجريبيِّ في تجربةِ ريمَ ليسَتْ قريبةً مِنْ قِيَمِ الاحتمالِ النظريِّ المقابلةِ لَها. أَمّا قِيَمُ الاحتمالِ التجريبيِّ في تجربةِ رائدٍ فَقريبةٌ مِنْ قِيَمِ الاحتمالِ النظريِّ المقابلةِ لَها.

أتعلم

قدْ تكونُ سطوحُ حجرِ النردِ الّذي استعملَتْهُ ريمُ غيرَ منتظمة.

2 **أيٌّ منهُما قدْ يكونُ استعملَ حجرَ نردٍ عادلًا؟ أبرّرُ إجابتي.**

قِيَمُ الاحتمالِ النظريِّ قريبةٌ مِنْ قِيَمِ الاحتمالِ التجريبيِّ في تجربةِ رائدٍ؛ لذا، مِنَ المتوقعِ أَنْ تكونَ حجرُ النردِ الّتي استخدمَها رائدٌ عادلًا.

أتحققُ من فهمي:

يحتوي قرصٌ دوّارٌ أربعةَ أقسامٍ مرقمةً مِنْ 1 إلى 4، وَعندَ تسجيلِ الرقمِ الّذي يستقرُّ عندَهُ المؤشرُ كانَتِ النتائجُ كَما في الجدولِ المجاورِ. هَلِ القرصُ مقسمٌ إلى أقسامٍ متساويةٍ؟ أبرّرُ إجابتي.

4	3	2	1	الرقْمُ
11	9	10	10	التّكرارُ

يمكنُنا استعمالُ الاحتمالِ التجريبيُّ في مواقفَ حياتيةٍ كثيرةٍ، مِنْ أهمِّها بناءُ توقّعاتٍ لِأحداثٍ يصعبُ حسابُ احتمالاتِ وقوعِها نظريًّا.

مثال 3: منَ الحياةِ

يأخذُ خبراءُ التفتيشِ في المطاراتِ وَالموانئِ البحريةِ عيّناتٍ عشوائيةً مِنَ البضاعةِ المستورَدَةِ لِاختبارِ مدى مطابقتِها لِلمواصفاتِ. فَإذا وجدَ ضابطُ الجودةِ في 5 بناطيلَ عيوبًا مصنعيةً مِنْ 200 بنطالٍ في أحدِ صناديقِ الشحنِ، فَكَمْ بنطالًا يُتوقَّعُ وجودُ عيبٍ مصنعيٍّ فيهِ في شحنةٍ تحوي 5000 بنطالٍ؟

أستعملُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِتوقّعِ عددِ البناطيلِ الّتي يوجدُ فيها عيوبٌ مصنعيةٌ في الشحنةِ.

الْخُطْوَةُ 1 أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ:

$$P(A) = \frac{\text{عددُ مرّاتِ وقوعِ الحادثِ}}{\text{عددُ مرّاتِ إجراءِ التجربةِ}}$$

$$= \frac{5}{200} = \frac{1}{40}$$

الْخُطْوَةُ 2 أضربُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِوجودِ بناطيلَ فيها عيوبٌ مصنعيةٌ في عددِ البناطيلِ التي تحويها الشحنةُ:

$$\frac{1}{40} \times 5000 = 125$$

إذنْ، يُتوقَّعُ وجودُ 125 بنطالًا فيها عيوبٌ مصنعيةٌ في الشحنةِ.

أتحقّقُ من فهمي:

رُصِدَتْ عددُ الأيامِ الماطرةِ في آخرِ 12 يومًا مِنْ شهرِ آذارَ فَوُجِدَ أَنَّها يومان. إذا استمرَّ هَطلُ الأمطارِ بِالمعدلِ نفسِهِ، فَكَمْ يومًا مِنَ المتوقَّعِ أَنْ يكونَ ماطرًا في شهرِ نَيسانَ؟

أتدربُ وأحلُّ المسائلَ

يبيّنُ الجدولُ المجاورُ نتائجَ رَمي قطعةٍ نقديةٍ 100 مرةٍ وَتسجيلَ الوجهِ العُلويِّ. أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِـ:

صورةٌ	37
كتابةٌ	63

1 ظهورِ صورةٍ.

2 ظهورِ كتابةٍ.

لدى كلٍّ مِنْ هاشمٍ وَميسونَ قرصٌ دوّارٌ يحتوي أربعةَ أقسامٍ مرقَّمةً مِنْ **1** إلى **4**، أدارَ كلٌّ مِنْهُما قرصَهُ وَسجّلَ الرقْمَ الّذي استقرَّ عندَهُ وسجّلَ النتائجَ في الجدولَيْنِ الآتيَيْنِ:

ميسونُ				
الرقْمُ	1	2	3	4
التّكرارُ	33	17	28	22

هاشمٌ				
الرقْمُ	1	2	3	4
التّكرارُ	11	14	10	15

3 كَمْ مرَّةً أدارَ كلٌّ مِنْهُما قرصَهُ؟

4 أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِتوقّفِ المؤشرِ عندَ كلِّ رقْمٍ على القرصِ الدوّارِ.

5 أيُّ مِنْهُما قد يكونُ قرصُهُ مقسمًا إلى أقسامٍ متساويةٍ؟ أبرّرُ إجابتي.

يبيّنُ الجدولُ المجاورُ أنواعَ المركباتِ وَأعدادَها الّتي رصدَتْها كاميرا مراقبةٍ عندَ مرورِها في أحدِ الشوارعِ خلالَ المدةِ الزمنيةِ مِنْ **5 p.m.** حتّى **6 p.m.**، أستعملُ الجدولَ لِأَجِدَ الاحتمالَ التجريبيَّ لِـ:

شاحنةٌ	درّاجةٌ	سيّارةٌ
8	8	19

6 مرورِ سيّارةٍ أمامَ الكاميرا.

7 مرورِ درّاجةٍ أمامَ الكاميرا.

8 مرورِ شاحنةٍ أمامَ الكاميرا.

معلومة

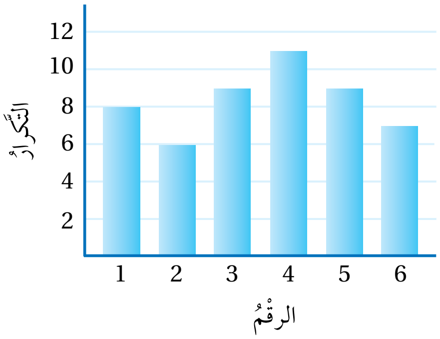
اخترِعَتْ في العامِ 1973 أولُ كاميرا مراقبةٍ تعملُ برُقاقةٍ صغيرةٍ.

9 **بيضٌ:** فحصَ تاجرٌ 20 طبقَ بيضٍ فَوجدَ أنَّ 3 أطباقٍ تحوي بيضًا مكسورًا. كَمْ طبقَ بيضٍ مِنَ المتوقَّعِ وجودُ بيضٍ مكسورٍ فيهِ مِنْ 1000 طبقٍ؟

إرشاد

أجِدُ أولًا عددَ مرّاتِ إلقاءِ حجرِ النّردِ، مستعينًا بالتمثيلِ البيانيِّ.

يبيّنُ التمثيلُ بالأعمدةِ المجاورُ نتائجَ تجربةِ إلقاءِ حجرِ نردٍ وَتسجيلِ الرقْمِ الظاهرِ على وجهِهِ العُلويِّ، أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِـ:



10 ظهورِ الرقْمِ 6

11 عدمِ ظهورِ الرقْمِ 1

12 ظهورِ رقْمٍ أقلَّ مِنْ 3

13 ظهورِ الرقْمَينِ 2 أَوْ 4

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

تبريرٌ: سجّلَ يوسفُ عددَ مرّاتِ فوزِ وَخسارةِ وَتعادُلِ فريقِ كرةِ السلةِ الّذي يشجعُهُ في موسمٍ واحدٍ في الجدولِ المجاورِ:

خسارةٌ	تعادلٌ	فوزٌ
19	25	36

14 أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِفوزِ الفريقِ.

15 معتمدًا على نتائجِ الاحتمالِ التجريبيِّ، هَلْ مِنَ المتوقَّعِ فوزُ الفريقِ في المباراةِ القادمةِ؟ أبرّرُ إجابتي.

تبريرٌ: قرصٌ دوّارٌ يحتوي أربعةَ أقسامٍ لِكُلٍّ مِنْها لونٌ مختلِفٌ. يبيّنُ الجدولُ المجاورُ نتائجَ تجربةِ تدويرِ مؤشرِهِ 200 مرةٍ:

أسودُ	أزرقُ	زهريٌّ	أحمرُ	
	72		36	التَّكرارُ
	0.36	0.29		الاحتمالُ التجريبيُّ

إرشاد

أكتبُ نتائجَ الاحتمالِ التجريبيِّ على الصورةِ العشريةِ؛ لِتسهيلِ المقارنةِ.

16 أكملُ الجدولَ.

17 أيُّ قسمَينِ في القرصِ مِنَ المتوقعِ أَنْ يكونَ لَهُما المقاسُ نفسُهُ؟ أبرّرُ إجابتي.

18 **أكتبُ** كيفَ أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِحادثٍ ما؟

اختبارُ الوحدةِ

أختارُ رمزَ الإجابةِ الصحيحةِ:

1 جمعَــتْ رنيمُ المعلوماتِ الآتيةَ عَنْ عددِ الكتبِ الّتي قرأَتْها زميلاتُها في العطلةِ الصيفيةِ:

1	2	5	4	0	2	3	4	0
0	10	8	4	7	3	1	6	4

أيُّ المقاييسِ الآتيةِ قيمتُهُ تساوي 4؟

a) الوسطُ الحسابيُّ **b)** الوسيطُ

c) المِنوالُ **d)** المدى

2 الوسطُ الحسابيُّ لِمجموعةِ القِيَمِ 70 ,100 ,80 , 90 , 70 , 80, 70 يساوي:

a) 280 **b)** 90

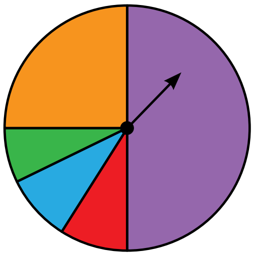
c) 80 **d)** 70

3 مقياسُ مقدارِ تشتّتِ البياناتِ وَتباعدِها هُوَ:

a) الوسطُ الحسابيُّ **b)** الوسيطُ

c) المدى **d)** المِنوالُ

4 إذا دارَ مؤشــرُ القــرصِ المجــاورِ 600 مرةٍ، كَمْ مرّةً تقريبًا يُتوقَّعُ أَنْ يقفَ على القطاعِ الأحمرِ؟



a) 30 **b)** 40

c) 50 **d)** 60

5 يوجــدُ في مدرســةٍ 1200 طالبٍ (ذكــورٍ وَإناثٍ)، اختيرَتْ عيّنــةٌ مِنْ 100 طالبٍ عشــوائيًّا، فَكانَ عددُ الذكورِ فيها 45، أيُّ الأعــدادِ الآتيةِ يمثّلُ عددَ الذكورِ المحتمَلِ في المدرسةِ؟

a) 450 **b)** 500 **c)** 540 **d)** 600

يلخصُ الجدولُ المجاورُ أعمارَ حضورِ حفلَينِ شِعريَّينِ بِالسنواتِ:

الحفلُ (2)	الحفلُ (1)	
37	38	الوسيطُ
39.2	38.4	الوسطُ الحسابيُّ
48	64	المَدى

6 أقارنُ تباعُدَ أعمارِ حضورِ الحفلَينِ. أفسّرُ إجابتي.

7 يريدُ أحمدُ أَنْ يحدّدَ الحفلَ الّذي حضرَهُ أُناسٌ أصغرُ سنًّا، فَما الصعوباتُ الّتي سوفَ تواجهُهُ؟

زراعةٌ: يبيّنُ مخططُ الساقِ وَالورقةِ المجاورُ كُتَلَ 25 تفاحةً رُصِدَتْ في مختبرٍ زراعيٍّ:

الورقةُ	الساقُ
2 4 5 6	9
0 2 4 5 5 8 8	10
1 1 4 4 4 7	11
2 3 5 6 8	12
1 4 9	13

المفتاحُ: 9|2 = 92 g

8 ما عددُ التفاحاتِ الّتي تقلُّ كُتلتُها عَنْ 100 g؟

9 ما نسبةُ التفاحاتِ الّتي كُتلتُها بينَ 120 g وَ 130 g؟

10 ما كُتلةُ أثقلِ تفاحةٍ؟

11 ما مَدى كُتَلِ التفاحاتِ؟

12 أَجِدُ المِنوالَ لِكُتَلِ التفاحاتِ.

13 أَجِدُ الوسيطَ لِكُتَلِ التفاحاتِ.

اختبارُ الوحدةِ

لدى هاني 20 بنطالاً لِبعضِها زرٌّ مِنَ الأمامِ وَلِبعضِها الآخَرِ رباطٌ مطاطيٌّ، وَيبيّنُ الجدولُ أدناهُ أعدادَ هذِهِ البناطيلِ وَألوانَها:

بنيٌّ	أسودُ	أزرقُ	
4	5	3	بنطالٌ لَهُ زرٌّ مِنَ الأمامِ
3	2	3	بِنطالٌ لَهُ رباطٌ مطاطيٌّ

إذا اختارَ هاني بنطالًا عشوائيًّا، فَأَجدُ احتمالَ:

14 اختيارِ بنطالٍ بِرباطٍ مطاطيٍّ.

15 اختيارِ بنطالٍ بُنّيٍّ بِرباطٍ مطاطيٍّ.

16 اختيارِ بنطالٍ لونُهُ أَسودُ.

17 اختيارِ بنطالٍ بِرباطٍ مطاطيٍّ لونُهُ أسودُ أَوْ بُنيٌّ.

18 اختيارِ بنطالٍ لونُهُ أسودُ أَوْ بُنّيٌّ.

يبيّنُ مخطّطُ الساقِ وَالورقةِ أدناهُ عددَ زائري متحفٍ في 20 يومًا:

الورقةُ	الساقُ
5 6 8	20
0 1 5 5 8	21
1 3 5 6 7 8 9	22
3 7 8	23
1 4	24

المفتاحُ: **20|5 = 205**

19 أَجِدُ وسيطَ عددِ الزائرينَ.

20 أَجِدُ المِنوالَ.

21 أَجِدُ المَدى.

تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوليّةِ

22 **اختيارٌ مِنْ متعدّدٍ:** إذا كانَ وسيطُ القِيَمِ 48, 56, 29, □, 42, 27 يساوي 37 وَالمَدى يساوي 29، فَإِنَّ القيمةَ المجهولةَ هِيَ:

a) 47 **b)** 37 **c)** 32 **d)** 41

تقدّمَ طلبةُ شعبتَينِ مِنَ الصفِّ السابعِ لِاختبارِ رياضياتٍ، وَفي ما يأتي ملخصٌ لِنتائجِ الطلبةِ:

السابعُ (أ)
الوسطُ الحسابيُّ: 65
الوسيطُ: 59
المَدى: 72

السابعُ (ب)
الوسطُ الحسابيُّ: 55
الوسيطُ: 56
المَدى: 48

إذا كانَ عددُ الطلبةِ في كلِّ شعبةٍ يساوي 30 طالبًا، فَأضعُ إشارةَ (✓) في المكانِ المناسبِ أمامَ كلِّ جملةٍ مِمّا يأتي:

23 درجاتُ طلبةِ الصفِّ السابعِ (أ) متباعدةٌ أكثرَ مِنْ درجاتِ طلبةِ الصفِّ السابعِ (ب).

صحيحٌ ☐ خطأٌ ☐

24 درجاتُ طلبةِ الصفِّ السابعِ (أ) أعلى مِنْ درجاتِ طلبةِ الصفِّ السابعِ (ب).

صحيحٌ ☐ خطأٌ ☐

25 أقلُّ مِنْ نصفِ طلبةِ الصفِّ السابعِ (ب) حصلوا على درجةٍ أعلى مِنْ 50 .

صحيحٌ ☐ خطأٌ ☐

26 مجموعُ درجاتِ طلبةِ الصفِّ السابعِ (أ) أعلى مِنْ مجموعِ درجاتِ طلبةِ الصفِّ السابعِ (ب).

صحيحٌ ☐ خطأٌ ☐